

Термодинамикадағы жұмыс есебінің шығару жолы мен балл қою жүйесі

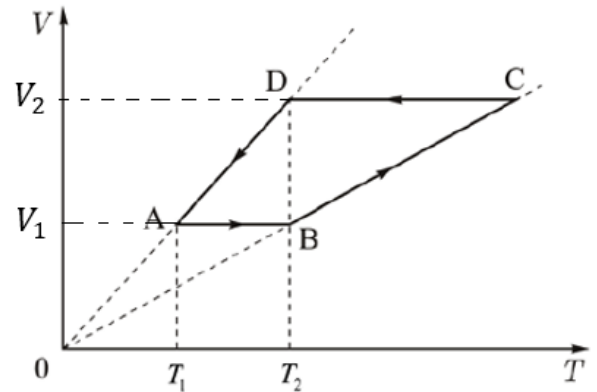
Алдымен ABCDA циклының жұмысын анықтайық. Әр нүкте үшін газ күйінің теңдеуін құрамыз.

$$A: p_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$B: p_2 V_1 = \nu R T_2$$

$$C: p_2 V_2 = \nu R T_C$$

$$D: p_1 V_2 = \nu R T_2$$



Теңдеулерден газдың T_C температурасын анықтаймыз.

$$p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1} = 2p_1 \quad V_2 = V_1 \frac{p_2}{p_1} = 2V_1$$

$$T_C = T_1 \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = 4T_1$$

ABCDА циклының жұмысын анықтау үшін әр процесстің жұмысын есептеп, олардың қосындысын табу керек.

$$A \rightarrow B: \text{изохоралық қызу} \rightarrow A_{AB} = 0$$

$$B \rightarrow C: \text{изобаралық ұлғаю} \rightarrow A_{BC} = p_2(V_2 - V_1) = 2p_1 V_1$$

$$C \rightarrow D: \text{изохоралық суу} \rightarrow A_{CD} = 0$$

$$D \rightarrow A: \text{изобаралық сығылу} \rightarrow A_{DA} = p_1(V_1 - V_2) = -p_1 V_1$$

$$A_1 = A_{AB} + A_{BC} + A_{CD} + A_{DA} = p_1 V_1 = \nu R T_1$$

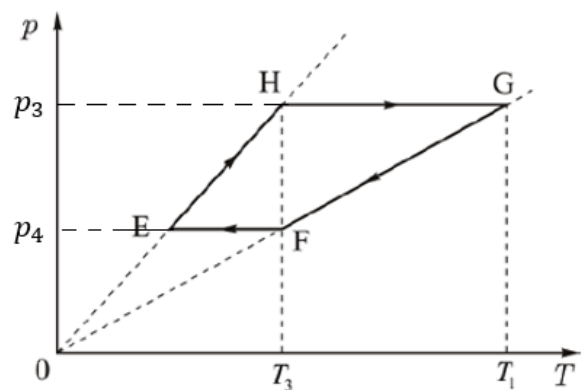
Енді дәл осылай ЕНГFE циклының жұмысын анықтаймыз.

$$E: p_4 V_4 = \nu R T_E$$

$$H: p_3 V_4 = \nu R T_3$$

$$G: p_3 V_3 = \nu R T_1$$

$$F: p_4 V_3 = \nu R T_3$$



Теңдеулерді түрлендіру арқылы газдың T_E температурасын анықтаймыз.

$$V_3 = V_4 \frac{T_1}{T_3} = 2V_4 \quad p_3 = p_4 \frac{V_3}{V_4} = 2p_4$$

$$T_E = T_1 \frac{p_4 V_4}{p_3 V_3} = \frac{T_1}{4}$$

ЕНГФЕ циклының жұмысын анықтау үшін әр процесстің жұмысын есептеп, олардың қосындысын табу керек.

$E \rightarrow H$: изохоралық қызу $\rightarrow A_{EH} = 0$

$H \rightarrow G$: изобаралық ұлғаю $\rightarrow A_{HG} = p_3(V_3 - V_4) = \frac{1}{2}p_3V_3$

$G \rightarrow F$: изохоралық суу $\rightarrow A_{GF} = 0$

$F \rightarrow E$: изобаралық сығылу $\rightarrow A_{FE} = p_4(V_4 - V_3) = -\frac{1}{4}p_3V_3$

$$A_2 = A_{EH} + A_{HG} + A_{GF} + A_{FE} = \frac{1}{4}p_3V_3 = \frac{1}{4}\nu RT_1$$

Осыдан

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{\nu RT_1}{\frac{1}{4}\nu RT_1} = 4$$

1 балл – ABCDA циклындағы газ күйінің теңдеулері дұрыс құрылды

0,5 балл – T_C температурасы дұрыс анықталды

1 балл – ABCDA циклындағы әр процесстің жұмысы дұрыс анықталды

0,5 балл – ABCDA циклының жұмысы дұрыс анықталды

1 балл – ЕНГФЕ циклындағы газ күйінің теңдеулері дұрыс құрылды

0,5 балл – T_E температурасы дұрыс анықталды

1 балл – ЕНГФЕ циклындағы әр процесстің жұмысы дұрыс анықталды

0,5 балл – ЕНГФЕ циклының жұмысы және қатынас дұрыс анықталды

Решение и разбаловка задачи Работа в термодинамике

Сначала определим работу цикла ABCDA. Для каждой точки построим уравнение состояния газа.

$$A: p_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$B: p_2 V_1 = \nu R T_2$$

$$C: p_2 V_2 = \nu R T_C$$

$$D: p_1 V_2 = \nu R T_2$$

Из уравнений определяем температуру газа T_C .

$$p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1} = 2p_1 \quad V_2 = V_1 \frac{p_2}{p_1} = 2V_1$$

$$T_C = T_1 \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = 4T_1$$

Чтобы определить работу цикла ABCDA, нужно вычислить работу каждого процесса и найти их сумму.

$$A \rightarrow B: \text{изохорное нагревание} \rightarrow A_{AB} = 0$$

$$B \rightarrow C: \text{изобарное расширение} \rightarrow A_{BC} = p_2(V_2 - V_1) = 2p_1 V_1$$

$$C \rightarrow D: \text{изохорное остывание} \rightarrow A_{CD} = 0$$

$$D \rightarrow A: \text{изобарное сжатие} \rightarrow A_{DA} = p_1(V_1 - V_2) = -p_1 V_1$$

$$A_1 = A_{AB} + A_{BC} + A_{CD} + A_{DA} = p_1 V_1 = \nu R T_1$$

Теперь мы определим работу цикла EHGFE таким же образом.

$$E: p_4 V_4 = \nu R T_E$$

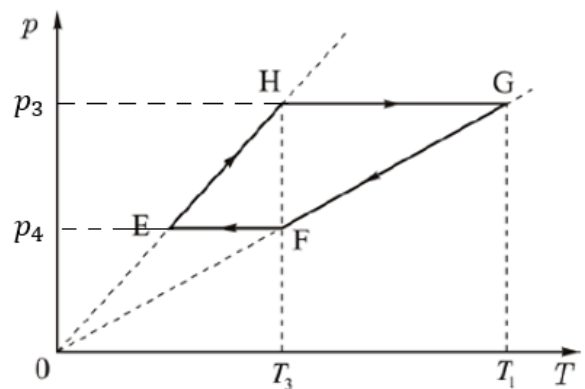
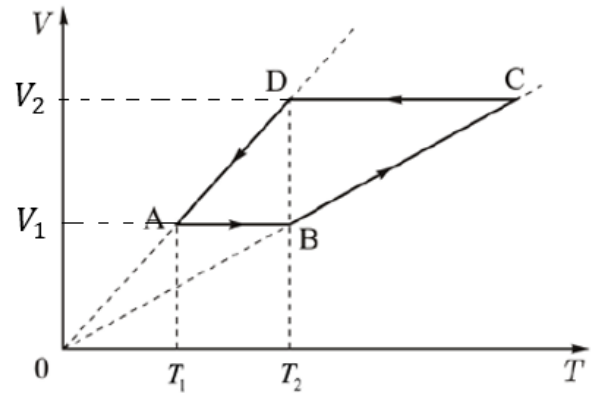
$$H: p_3 V_4 = \nu R T_3$$

$$G: p_3 V_3 = \nu R T_1$$

$$F: p_4 V_3 = \nu R T_3$$

Из уравнений определяем температуру газа T_E .

$$V_3 = V_4 \frac{T_1}{T_3} = 2V_4 \quad p_3 = p_4 \frac{V_3}{V_4} = 2p_4$$



$$T_E = T_1 \frac{p_4 V_4}{p_3 V_3} = \frac{T_1}{4}$$

Чтобы определить работу цикла EHGFE, нужно вычислить работу каждого процесса и найти их сумму.

$E \rightarrow H$: изохорное нагревание $\rightarrow A_{EH} = 0$

$H \rightarrow G$: изобарное расширение $\rightarrow A_{HG} = p_3(V_3 - V_4) = \frac{1}{2}p_3V_3$

$G \rightarrow F$: изохорное остывание $\rightarrow A_{GF} = 0$

$F \rightarrow E$: изобарное сжатие $\rightarrow A_{FE} = p_4(V_4 - V_3) = -\frac{1}{4}p_3V_3$

$$A_2 = A_{EH} + A_{HG} + A_{GF} + A_{FE} = \frac{1}{4}p_3V_3 = \frac{1}{4}\nu RT_1$$

Поделив работы циклов ABCDA и EHGFE, находим ответ

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{\nu RT_1}{\frac{1}{4}\nu RT_1} = 4$$

1 балл – уравнения состояния газа в цикле ABCDA составлены верно

0,5 балл – температура T_C определена верно

1 балл – работа каждого процесса в цикле ABCDA определена верно

0,5 балл – работа цикла ABCDA найдена верно

1 балл – уравнения состояния газа в цикле EHGFE составлена верно

0,5 балл – температура T_E определена верно

1 балл – работа каждого процесса в цикле EHGFE определена верно

0,5 балл – работа цикла EHGFE и соотношение работ определены верно

Ньютонаң II заңы есебінің шығару жолы мен балл қою жүйесі

Бұл есепте денеге әсер ететін тұрақты күш дененің бастапқы жылдамдығына қандай да α бұрышпен бағытталады (1-сурет). Сондықтан, дененің жылдамдығы уақыт өткен сайын шамасымен қоса бағытында өзгертіп отырады. Ал, күш тұрақты болғандықтан дененің үдеуі де бағыты және шамасы жағынан тұрақты болып қала береді. Ендеше бұл есепті «векторлар үшбұрышы» әдісімен шешу өте ыңғайлы (2 - сурет)

Ньютонаң II заңы:

$$F = ma \quad (1)$$

2-суреттен косинустар теоремасы арқылы v_1, v_2, v_3 шамаларын өрнектейміз:

$$v_1^2 = \frac{v_0^2}{4} = v_0^2 + a^2 t^2 - 2v_0 a t \cos \alpha \quad (2)$$

$$v_2^2 = \frac{v_0^2}{16} = v_0^2 + 4a^2 t^2 - 4v_0 a t \cos \alpha \quad (3)$$

$$v_3^2 = v_0^2 + 4a^2 \tau^2 - 2v_0 a \tau \cos \alpha \quad (4)$$

(2) теңдеуді екіге көбейтіп, (3) теңдеуді азайтамыз:

$$\frac{v_0^2}{2} - \frac{v_0^2}{16} = v_0^2 - 2a^2 t^2 \quad (5)$$

(5) теңдеуден үдеуді анықтаймыз:

$$a = \frac{3\sqrt{2}}{8} \cdot \frac{v_0}{t} \quad (6)$$

(6) теңдеуді (1) теңдеуге қойып, денеге әсер ететін күшті белгілі шамалар арқылы анықтаймыз:

$$F = \frac{3\sqrt{2}}{8} \cdot \frac{mv_0}{t} \quad (7)$$

(6) теңдеуді (1) теңдеуге қою арқылы α бұрыштың косинусын анықтаймыз:

$$\frac{v_0^2}{4} = v_0^2 + \frac{9}{32} v_0^2 - \frac{3\sqrt{2}}{4} v_0^2 \cos \alpha \quad (8)$$

$$\cos \alpha = \frac{11\sqrt{2}}{16}$$

(6) және (8) теңдеулерді (4) теңдеуге қойып, v_3 анықтаймыз:

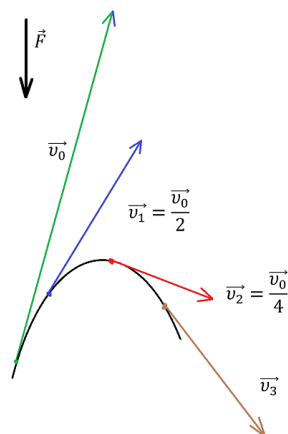
$$v_3^2 = v_0^2 + \frac{9v_0^2}{32} \cdot \frac{\tau^2}{t^2} - \frac{33v_0^2}{32} \cdot \frac{\tau}{t} \quad (9)$$

$$v_3 = \frac{v_0}{8t} \sqrt{64t^2 - 66t\tau + 18\tau^2}$$

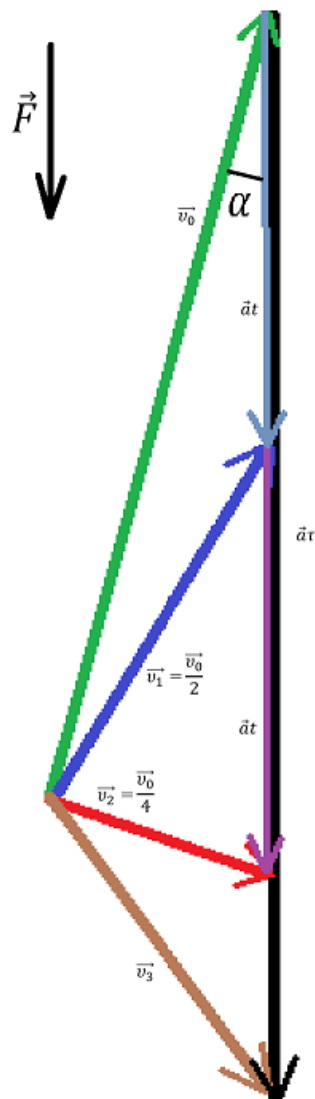
(7) және (9) формулаларға белгілі шамалардың сандық мәнін қойып, денеге әсер ететін күштің және v_3 жылдамдықтың сандық мәнін анықтаймыз:

$$v_3 = \frac{10}{8 \cdot 2} \sqrt{64 \cdot 4 - 66 \cdot 2 \cdot 5 + 18 \cdot 25} \approx 4,24 \text{ м/с}$$

$$F = \frac{3\sqrt{2}}{8} \cdot \frac{0,2 \cdot 10}{2} \approx 0,53 \text{ Н}$$



1-сурет



2-сурет

- 1 балл – 1-сурет салынды және қажетті физикалық шамалар дұрыс бейнеленді
- 1 балл – Ньютонның II заңын жазды
- 1 балл – Косинустар теоремасы арқылы u_1, u_2, u_3 шамаларын өрнектеді
- 1 балл – Денеге әсер ететін күштің қорытынды формула дұрыс табылды
- 2 балл – Аралық есептеулер дұрыс жүргізілді
- 1 балл – u_3 жылдамдықтың қорытынды формула дұрыс табылды
- 1 балл – Денеге әсер ететін күштің және u_3 жылдамдықтың сандық мәні дұрыс анықталды

Решение и разбаловка задачи II закон Ньютона

В этой задаче постоянная сила, действующая на тело, направлена под каким-либо α углом к начальной скорости тела (рис.1). Следовательно, скорость тела со временем меняется в направлении, включая величину. Между тем, поскольку сила постоянна, ускорение тела также остается постоянным с точки зрения направления и величины. Поэтому очень удобно решать эту задачу методом "треугольника векторов" (рис. 2)

II закон Ньютона:

$$F = ma \quad (1)$$

Из рисунка 2 через теорему косинусов выражаем величины v_1, v_2, v_3 :

$$v_1^2 = \frac{v_0^2}{4} = v_0^2 + a^2 t^2 - 2v_0 a t \cos \alpha \quad (2)$$

$$v_2^2 = \frac{v_0^2}{16} = v_0^2 + 4a^2 t^2 - 4v_0 a t \cos \alpha \quad (3)$$

$$v_3^2 = v_0^2 + 4a^2 \tau^2 - 2v_0 a \tau \cos \alpha \quad (4)$$

Умножаем уравнение (2) на два и вычитаем уравнение (3) :

$$\frac{v_0^2}{2} - \frac{v_0^2}{16} = v_0^2 - 2a^2 t^2 \quad (5)$$

Определяем ускорение из уравнения (5):

$$a = \frac{3\sqrt{2}}{8} \cdot \frac{v_0}{t} \quad (6)$$

Подставляя уравнение (6) в уравнение (1), мы определяем силу, действующую на тело, с помощью известных величин:

$$F = \frac{3\sqrt{2}}{8} \cdot \frac{mv_0}{t} \quad (7)$$

Определим косинус угла α , поместив уравнение (6) в уравнение (1):

$$\frac{v_0^2}{4} = v_0^2 + \frac{9}{32} v_0^2 - \frac{3\sqrt{2}}{4} v_0^2 \cos \alpha \quad (8)$$

$$\cos \alpha = \frac{11\sqrt{2}}{16}$$

Поставим уравнения (6) и (8) в уравнение (4) и определим v_3 :

$$v_3^2 = v_0^2 + \frac{9v_0^2}{32} \cdot \frac{\tau^2}{t^2} - \frac{33v_0^2}{32} \cdot \frac{\tau}{t} \quad (9)$$

$$v_3 = \frac{v_0}{8t} \sqrt{64t^2 - 66t\tau + 18\tau^2}$$

В формулах (7) и (9) ставим числовое значение известных величин и определяем числовое значение силы, действующей на тело, и v_3 скорости:

$$v_3 = \frac{10}{8 \cdot 2} \sqrt{64 \cdot 4 - 66 \cdot 2 \cdot 5 + 18 \cdot 25} \approx 4,24 \text{ м/с}$$

$$F = \frac{3\sqrt{2}}{8} \cdot \frac{0,2 \cdot 10}{2} \approx 0,53 \text{ Н}$$

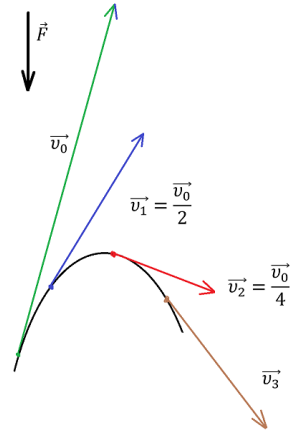


рис.1

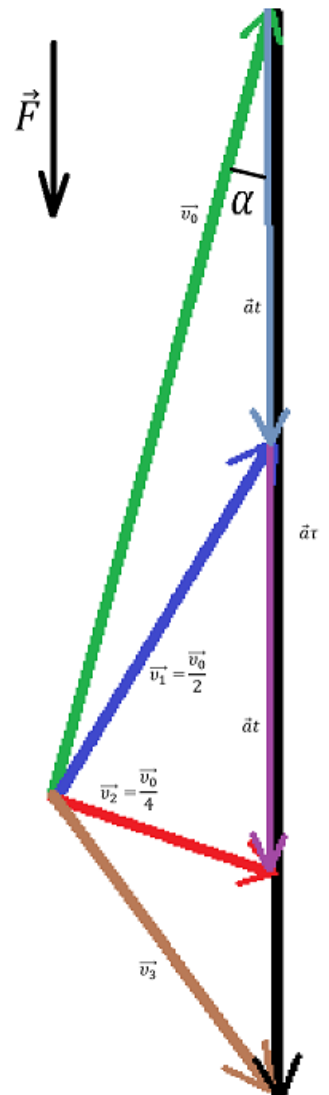


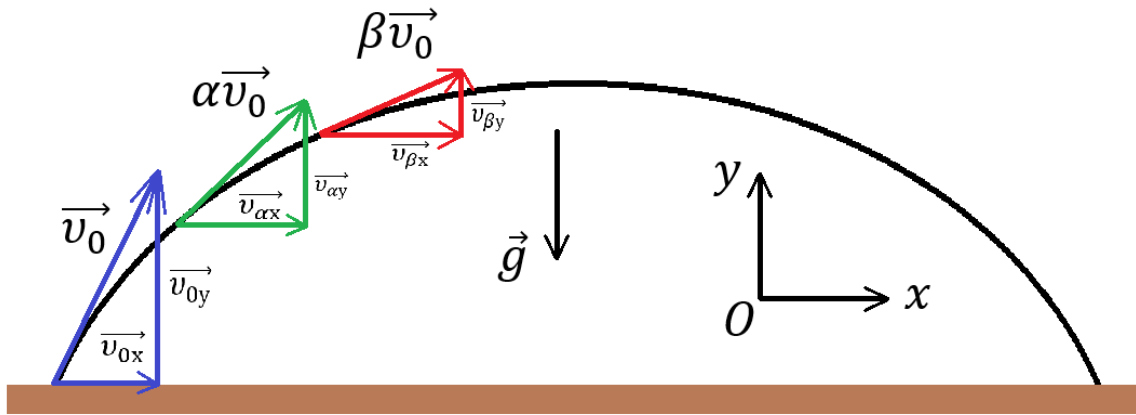
рис. 2

- 1 балл – Нарисовано рис.1 и правильно отображены необходимые физические величины
- 1 балл – Написал закон Ньютона II
- 1 балл – Выражали величины v_1, v_2, v_3 с помощью теоремы косинусов
- 1 балл – Итоговая формула силы, действующей на тело, найдена правильно
- 2 балл – Промежуточные расчеты были произведены правильно
- 1 балл – итоговая формула скорости v_3 найдена правильно
- 1 балл – Правильно определено числовое значение силы, действующей на тело, и v_3 скорости

Көкжиекке бұрыш жасай лақтырылған дененің қозғалысы есебінің шығару жолы мен балл қою жүйесі

Тастың t ұшу уақыты келесідей формуламен анықталады:

$$t = \frac{2v_{0y}}{g} \quad (1)$$



Әр уақыт мезетіндегі және бастапқы жылдамдықтарды проекциялары арқылы өрнектейік:

$$v_0^2 = v_{0x}^2 + v_{0y}^2 \quad (2)$$

$$\alpha^2 v_0^2 = v_{\alpha x}^2 + v_{\alpha y}^2 \quad (3)$$

$$\beta^2 v_0^2 = v_{\beta x}^2 + v_{\beta y}^2 \quad (4)$$

Әр уақыт мезетіндегі лездік жылдамдықтардың проекцияларын бастапқы жылдамдық және үдеу проекциялары арқылы өрнектейік:

$$a_x = 0 \rightarrow v_{0x} = v_{\alpha x} = v_{\beta x} \quad (5)$$

$$a_y = -g \rightarrow$$

$$v_{\alpha y} = v_{0y} - g\tau \quad (6)$$

$$v_{\beta y} = v_{0y} - 2g\tau \quad (7)$$

(5) өрнекті (3) теңдеуге қоямыз:

$$\alpha^2 v_0^2 = v_{0x}^2 + v_{\alpha y}^2 \quad (8)$$

(5) өрнекті (4) теңдеуге қоямыз:

$$\beta^2 v_0^2 = v_{0x}^2 + v_{\beta y}^2 \quad (9)$$

(8) теңдеуден (9) теңдеуді азайтамыз:

$$(\alpha^2 - \beta^2)v_0^2 = v_{\alpha y}^2 - v_{\beta y}^2 \quad (10)$$

(8) теңдеумен (9) теңдеудің қатынасын аламыз:

$$\frac{\alpha^2}{\beta^2} = \frac{v_{0x}^2 + v_{\alpha y}^2}{v_{0x}^2 + v_{\beta y}^2} \quad (11)$$

(2) теңдеуді (10) теңдеуге қоямыз:

$$(\alpha^2 - \beta^2)(v_{0x}^2 + v_{0y}^2) = v_{\alpha y}^2 - v_{\beta y}^2 \quad (12)$$

(11) теңдеуді түрлендіру:

$$(\alpha^2 - \beta^2)v_{0x}^2 = \beta^2 v_{\alpha y}^2 - \alpha^2 v_{\beta y}^2 \quad (13)$$

(12) теңдеуді түрлендіру:

$$(\alpha^2 - \beta^2)v_{0x}^2 = v_{\alpha y}^2 - v_{\beta y}^2 - (\alpha^2 - \beta^2)v_{0y}^2 \quad (14)$$

(13) және (14) теңдеулердегі $(\alpha^2 - \beta^2)v_{0x}^2$ теңестіру:

$$\beta^2 v_{\alpha y}^2 - \alpha^2 v_{\beta y}^2 = v_{\alpha y}^2 - v_{\beta y}^2 - (\alpha^2 - \beta^2)v_{0y}^2 \quad (15)$$

(6) және (7) теңдеулерді (15) теңдеуге қоямыз:

$$\beta^2(v_{0y} - g\tau) - \alpha^2(v_{0y} - 2g\tau) = (v_{0y} - g\tau)^2 - (v_{0y} - 2g\tau)^2 - (\alpha^2 - \beta^2)v_{0y}^2 \quad (16)$$

(16) теңдеуден жақшаны ашамыз:

$$\begin{aligned} \beta^2 v_{0y}^2 - 2\beta^2 v_{0y} g\tau + \beta^2 g^2 \tau^2 - \alpha^2 v_{0y}^2 + 4\alpha^2 v_{0y} g\tau - 4\alpha^2 g^2 \tau^2 \\ = v_{0y}^2 - 2v_{0y} g\tau + g^2 \tau^2 - v_{0y}^2 + 4v_{0y} g\tau - 4g^2 \tau^2 - \alpha^2 v_{0y}^2 + \beta^2 v_{0y}^2 \end{aligned} \quad (17)$$

(17) теңдеуден $\beta^2 v_{0y}^2, \alpha^2 v_{0y}^2, v_{0y}^2$ шамаларды қысқартып, теңдеуді түрлендіреміз:

$$(\beta^2 - 4\alpha^2)g^2 \tau^2 - (2\beta^2 - 4\alpha^2)v_{0y} g\tau = (4 - 2)v_{0y} g\tau - (4 - 1)g^2 \tau^2 \quad (18)$$

(18) теңдеуден v_{0y} табамыз:

$$v_{0y} = \frac{g\tau}{2} \cdot \frac{(3 + \beta^2 - 4\alpha^2)}{(1 + \beta^2 - 2\alpha^2)} \quad (19)$$

(19) теңдеуді (1) теңдеуге қою арқылы бізге қажетті t ұшу уақытын белгілі шамалар арқылы өнектейміз:

$$t = \frac{(3 + \beta^2 - 4\alpha^2)}{(1 + \beta^2 - 2\alpha^2)} \tau \quad (20)$$

(20) теңдеуге белгілі шамалардың сандық мәнін қойып, t ұшу уақытын анықтаймыз:

$$t = \frac{(3 + 0,49 - 4 \cdot 0,64)}{(1 + 0,49 - 2 \cdot 0,64)} \cdot 0,5 \approx 2,2 \text{ c}$$

Жауабы: $t \approx 2,2 \text{ c}$

1 балл – Сурет салынды және қажетті физикалық шамалар дұрыс бейнеленді

1 балл – Тастың t ұшу уақыты дұрыс өрнектелді

1 балл – Әр уақыт мезетіндегі және бастапқы жылдамдықтарды проекциялары дұрыс өрнектелді

1 балл – Әр уақыт мезетіндегі лездік жылдамдықтардың проекциялары бастапқы жылдамдық және үдеу проекциялары арқылы дұрыс өрнектелді

3 балл – Аралық есептеулер дұрыс жүргізілді

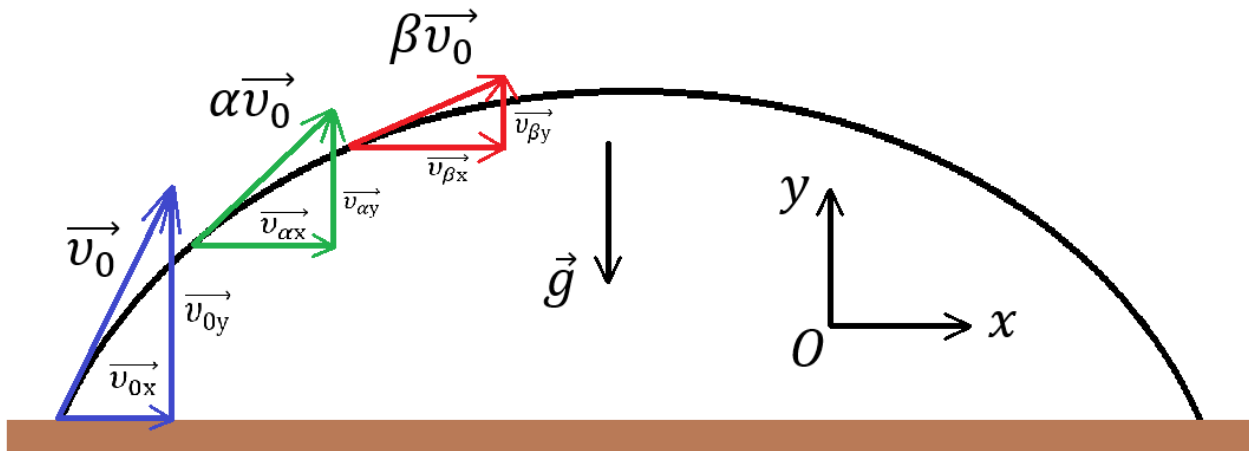
1 балл – Қорытынды формула дұрыс табылды

1 балл – Тастың t ұшу уақытының сандық шешімі дұрыс табылды

Решение и разбаловка задачи Движение тела брошенное под углом к горизонту

Время полета камня t определяется по формуле:

$$t = \frac{2v_{0y}}{g} \quad (1)$$



Выразим всех скоростей через их проекции:

$$v_0^2 = v_{0x}^2 + v_{0y}^2 \quad (2)$$

$$\alpha^2 v_0^2 = v_{\alpha x}^2 + v_{\alpha y}^2 \quad (3)$$

$$\beta^2 v_0^2 = v_{\beta x}^2 + v_{\beta y}^2 \quad (4)$$

Проекции скорости на координатные оси можно выразить так:

$$a_x = 0 \rightarrow v_{0x} = v_{\alpha x} = v_{\beta x} \quad (5)$$

$$a_y = -g \rightarrow$$

$$v_{\alpha y} = v_{0y} - g\tau \quad (6)$$

$$v_{\beta y} = v_{0y} - 2g\tau \quad (7)$$

Подставим выражение (5) в уравнение (3):

$$\alpha^2 v_0^2 = v_{0x}^2 + v_{\alpha y}^2 \quad (8)$$

Подставим выражение (5) в уравнение (4):

$$\beta^2 v_0^2 = v_{0x}^2 + v_{\beta y}^2 \quad (9)$$

Из уравнения (8) вычитаем уравнение (9):

$$(\alpha^2 - \beta^2)v_0^2 = v_{\alpha y}^2 - v_{\beta y}^2 \quad (10)$$

Получим отношение уравнения (8) к уравнению (9):

$$\frac{\alpha^2}{\beta^2} = \frac{v_{0x}^2 + v_{\alpha y}^2}{v_{0x}^2 + v_{\beta y}^2} \quad (11)$$

Подставим уравнение (2) в уравнение (10):

$$(\alpha^2 - \beta^2)(v_{0x}^2 + v_{0y}^2) = v_{\alpha y}^2 - v_{\beta y}^2 \quad (12)$$

Преобразование уравнения (11):

$$(\alpha^2 - \beta^2)v_{0x}^2 = \beta^2 v_{\alpha y}^2 - \alpha^2 v_{\beta y}^2 \quad (13)$$

Преобразование уравнения (12) :

$$(\alpha^2 - \beta^2)v_{0x}^2 = v_{\alpha y}^2 - v_{\beta y}^2 - (\alpha^2 - \beta^2)v_{0y}^2 \quad (14)$$

Выравнивание $(\alpha^2 - \beta^2)v_{0x}^2$ в уравнениях (13) и (14):

$$\beta^2 v_{\alpha y}^2 - \alpha^2 v_{\beta y}^2 = v_{\alpha y}^2 - v_{\beta y}^2 - (\alpha^2 - \beta^2)v_{0y}^2 \quad (15)$$

Подставим уравнения (6) и (7) в уравнение (15):

$$\beta^2(v_{0y} - g\tau) - \alpha^2(v_{0y} - 2g\tau) = (v_{0y} - g\tau)^2 - (v_{0y} - 2g\tau)^2 - (\alpha^2 - \beta^2)v_{0y}^2 \quad (16)$$

Из уравнения (16) открываем скобки:

$$\begin{aligned} \beta^2 v_{0y}^2 - 2\beta^2 v_{0y} g\tau + \beta^2 g^2 \tau^2 - \alpha^2 v_{0y}^2 + 4\alpha^2 v_{0y} g\tau - 4\alpha^2 g^2 \tau^2 \\ = v_{0y}^2 - 2v_{0y} g\tau + g^2 \tau^2 - v_{0y}^2 + 4v_{0y} g\tau - 4g^2 \tau^2 - \alpha^2 v_{0y}^2 + \beta^2 v_{0y}^2 \end{aligned} \quad (17)$$

Из уравнения (17) сокращаем значения $\beta^2 v_{0y}^2$, $\alpha^2 v_{0y}^2$, v_{0y}^2 и преобразуем уравнение:

$$(\beta^2 - 4\alpha^2)g^2 \tau^2 - (2\beta^2 - 4\alpha^2)v_{0y} g\tau = (4 - 2)v_{0y} g\tau - (4 - 1)g^2 \tau^2 \quad (18)$$

Из уравнения (18) находим v_{0y} :

$$v_{0y} = \frac{g\tau}{2} \cdot \frac{(3 + \beta^2 - 4\alpha^2)}{(1 + \beta^2 - 2\alpha^2)} \quad (19)$$

Подставляя уравнение (19) в уравнение (1), мы отображаем требуемое время полета t с помощью известных величин:

$$\boxed{t = \frac{(3 + \beta^2 - 4\alpha^2)}{(1 + \beta^2 - 2\alpha^2)} \tau} \quad (20)$$

Задаем в уравнении (20) числовое значение известных величин и определяем время полета t :

$$t = \frac{(3 + 0,49 - 4 \cdot 0,64)}{(1 + 0,49 - 2 \cdot 0,64)} \cdot 0,5 \approx 2,2 \text{ с}$$

Ответ: $t \approx 2,2 \text{ с}$

1 балл-рисовали и правильно изображали необходимые физические величины

1 балл - время полета t камня правильно выражено

1 балл-правильно выражены все скорости через их проекции

1 балл-проекции мгновенных скоростей в каждый момент времени были правильно выражены проекциями начальной скорости и ускорения

3 балла – правильно произведены промежуточные расчеты

1 балл-итоговая формула найдена правильно

1 балл – численное решение t времени полета камня найдено правильно

Қате жалғанған амперметр есебінің шешімі және баллдар қою жүйесі

а) Тізбектің тек төменгі жағын қарастырып шам арқылы ағатын ток күшін анықтаймыз.

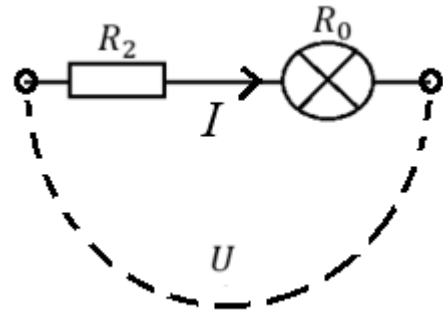
Сонда ток күшін Ом заңын қолданып таба аламыз.

$$I = \frac{U}{R_2 + R_0}$$

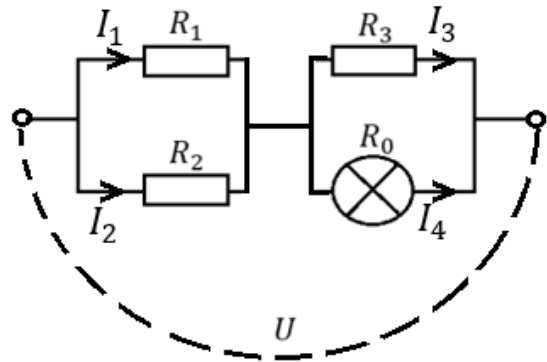
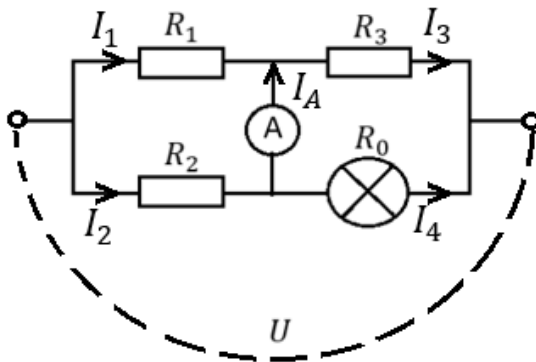
Енді шамның қуатын анықтаймыз

$$P_1 = I^2 R_0 = \left(\frac{U}{R_2 + R_0} \right)^2 R_0$$

$$P_1 = \left(\frac{8 \text{ В}}{3 \text{ Ом} + 2 \text{ Ом}} \right)^2 \cdot 2 \text{ Ом} = 5,12 \text{ Вт}$$



б) Амперметр идеалды болғандықтан оның кедергісін ескермейміз, демек оған түсетін кернеу де өте аз шама болады. Сонда сызбаны келесі түрге келтіруге болады.



Әр резистор арқылы ағатын ток күшін белгілейік. Сонда амперметр арқылы ағатын ток күші

$$I_A = I_3 - I_1$$

Амперметр арқылы ағатын ток күшін анықтау үшін бірінші және үшінші резистор арқылы ағатын ток күшін білу қажет.

Тізбектегі жалпы ток күшін өрнектейік

$$I_{\text{ж}} = I_1 + I_2 = I_3 + I_4$$

$$I_{\text{ж}} = \frac{U}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 R_0}{R_3 + R_0}} = \frac{8 \text{ В}}{1,2 \text{ Ом} + \frac{2}{3} \text{ Ом}} = 4,29 \text{ А}$$

Бірінші және екінші резисторлар параллель жалғанып тұрғандықтан

$$I_1 R_1 = I_2 R_2$$

Келесі теңдеулер жүйесін шешу арқылы I_1 және I_2 шамаларын анықтаймыз.

$$\begin{cases} I_1 + I_2 = 4,29 \text{ А} \\ 2I_1 = 3I_2 \end{cases} \quad I_1 = 2,57 \text{ А} \quad I_2 = 1,72 \text{ А}$$

Дәл сондай теңдеулер жүйесін үшінші резистор және шамға құру арқылы олар арқылы ағатын ток күшін анықтаймыз.

$$\begin{cases} I_3 + I_4 = 4,29 \text{ A} \\ I_3 = 2I_4 \end{cases} \quad I_3 = 2,86 \text{ A} \quad I_4 = 1,43 \text{ A}$$

Енді амперметр арқылы ағатын ток күшін анықтаймыз

$$I_A = I_3 - I_1 = 2,86 \text{ A} - 2,57 \text{ A} = 0,29 \text{ A}$$

с) шамның тұтынатын қуаты

$$P_2 = I_4^2 R_0$$

$$P_2 = (1,43)^2 \cdot 2 \text{ Ом} = 4,09 \text{ Вт}$$

d) Кирхгоф ережелерін қолданайық

түйіндер үшін:

$$I_A + I_1 = I_3$$

$$I_A + I_4 = I_2$$

контурлар үшін:

$$I_1 R_1 - I_A R_4 - I_2 R_2 = 0$$

$$I_A R_4 + I_3 R_3 - I_4 R_0 = 0$$

Сонымен қатар жалпы кернеуді келесі түрде өрнектеуге болады

$$U = I_1 R_1 + I_3 R_3$$

$$U = I_2 R_2 + I_4 R_0$$

Осы теңдеулердің жүйесін шешіп, ток күштерін анықтаймыз.

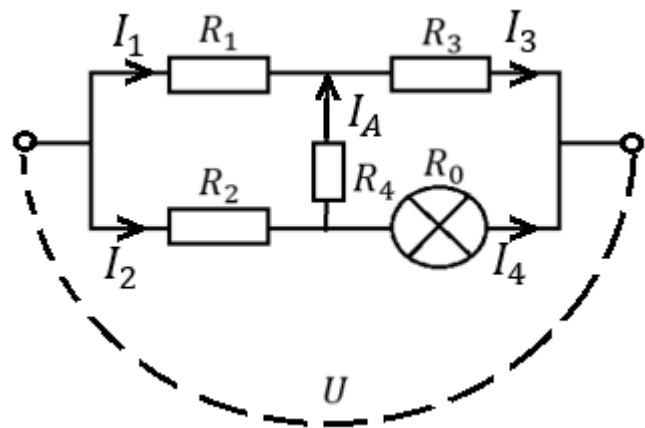
$$\begin{cases} U = I_1 R_1 + (I_A + I_1) R_3 \\ U = I_2 R_2 + (I_2 - I_A) R_0 \\ I_1 R_1 - I_A R_4 - I_2 R_2 = 0 \end{cases}$$

Алғашқы екі теңдеудегі ток күштерін амперметрдің ток күші арқылы өрнектеп, үшінші теңдеуге қоямыз.

$$I_1 = \frac{U - I_A R_3}{R_1 + R_3}$$

$$I_2 = \frac{U + I_A R_0}{R_2 + R_0}$$

$$\frac{U - I_A R_3}{R_1 + R_3} R_1 - I_A R_4 - \frac{U + I_A R_0}{R_2 + R_0} R_2 = 0$$



Осыдан амперметр арқылы ағатын ток күші

$$I_A = \frac{U \left(\frac{R_1}{R_1 + R_3} - \frac{R_2}{R_0 + R_2} \right)}{\frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} + \frac{R_0 R_2}{R_0 + R_2} + R_4} = \frac{8 \text{ В} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{5} \right)}{\left(\frac{2}{3} + \frac{6}{5} + 5 \right) \text{ Ом}} = 78 \text{ мА}$$

е) Шамнан ағатын токтың күшін анықтаймыз

$$I_4 = I_2 - I_A$$
$$I_4 = \frac{U + I_A R_0}{R_2 + R_0} - I_A = \frac{8 \text{ В} + 0,078 \text{ А} \cdot 2 \text{ Ом}}{5 \text{ Ом}} - 0,078 \text{ А} = 1,55 \text{ А}$$

Шамның тұтынатын қуаты

$$P_3 = I_4^2 R_0$$
$$P_2 = (1,55)^2 \cdot 2 \text{ Ом} = 4,81 \text{ Вт}$$

- a) **0,5 балл** – Ом заңы дұрыс өрнектелген
 0,5 балл – Шамның қуаты дұрыс өрнектелген
 1 балл – Қуат шамасы дұрыс анықталған
- b) **1 балл** – Жалпы кедергіні дұрыс анықтады анықталды
 0,5 балл – Жалпы ток күшін дұрыс анықтады.
 0,5 балл – Ток күштерін анықтайтын теңдеулерді дұрыс құрды
 0,5 балл – Ток күштерін дұрыс анықтады
 0,5 балл – Амперметрдің ток күшін дұрыс анықтады
- c) **1 балл** – Шамдағы ток күшін дұрыс анықтады
 0,5 балл – Шамның қуатын дұрыс анықталған
- d) **0,5 балл** – Кирхгоф ережелерін түйінге дұрыс қолданды
 1 балл – Кирхгоф ережелерін контурларға дұрыс қолданды
 1 балл – Жалпы кернеуге теңдеу дұрыс құрды
 1 балл – Теңдеулер жүйесін дұрыс құрды
 0,5 балл – Амперметрдің ток күшін дұрыс анықтады
- e) **1 балл** – Шамдағы ток күшін дұрыс анықтады
 0,5 балл – Шамның қуатын дұрыс анықталған

Решение и разбаловка задачи **неправильно соединенный амперметр**

а) Ток, протекающий через лампочку, мы определяем, рассматривая только нижнюю часть цепи.

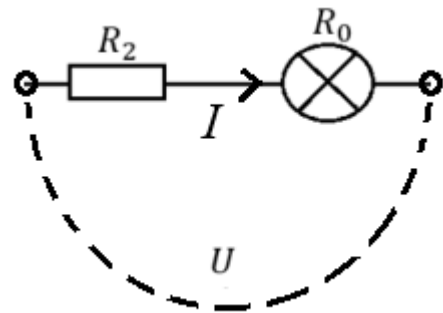
Затем мы можем найти ток, используя закон Ома.

$$I = \frac{U}{R_2 + R_0}$$

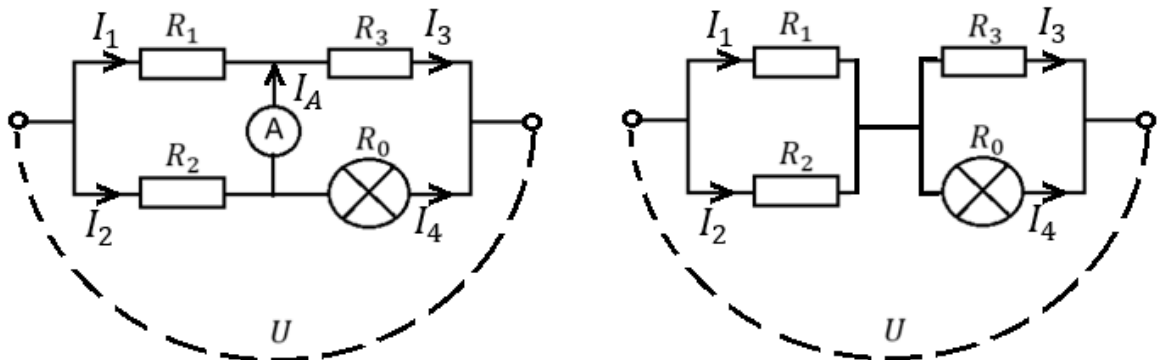
Теперь определяем мощность лампы.

$$P_1 = I^2 R_0 = \left(\frac{U}{R_2 + R_0} \right)^2 R_0$$

$$P_1 = \left(\frac{8 \text{ В}}{3 \text{ Ом} + 2 \text{ Ом}} \right)^2 \cdot 2 \text{ Ом} = 5,12 \text{ Вт}$$



б) Поскольку амперметр идеальный, мы пренебрегаем его сопротивлением, а значит, напряжение на нём будет очень малым. Тогда диаграмму можно привести к следующему виду.



Обозначим ток, протекающий через каждый резистор. Тогда ток, протекающий через амперметр, будет равен

$$I_A = I_3 - I_1$$

Чтобы определить ток, протекающий через амперметр, нам нужно знать ток, протекающий через первый и третий резисторы.

Выразим общий ток в цепи.

$$I_{\text{ж}} = I_1 + I_2 = I_3 + I_4$$

$$I_{\text{ж}} = \frac{U}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 R_0}{R_3 + R_0}} = \frac{8 \text{ В}}{1,2 \text{ Ом} + \frac{2}{3} \text{ Ом}} = 4,29 \text{ А}$$

Поскольку первый и второй резисторы соединены параллельно, можно записать следующее равенство

$$I_1 R_1 = I_2 R_2$$

Решая системы уравнений, вычисляем значения I_1 и I_2 .

$$\begin{cases} I_1 + I_2 = 4,29 \text{ A} \\ 2I_1 = 3I_2 \end{cases} \quad I_1 = 2,57 \text{ A} \quad I_2 = 1,72 \text{ A}$$

Построив такую же систему уравнений для третьего резистора и лампочки, мы можем определить ток, протекающий через них.

$$\begin{cases} I_3 + I_4 = 4,29 \text{ A} \\ I_3 = 2I_4 \end{cases} \quad I_3 = 2,86 \text{ A} \quad I_4 = 1,43 \text{ A}$$

Теперь определим ток, протекающий через амперметр.

$$I_A = I_3 - I_1 = 2,86 \text{ A} - 2,57 \text{ A} = 0,29 \text{ A}$$

с) Потребляемая мощность лампы

$$P_2 = I_4^2 R_0$$

$$P_2 = (1,43)^2 \cdot 2 \text{ Ом} = 4,09 \text{ Вт}$$

д) Используем правила Кирхгофа

для узлов:

$$I_A + I_1 = I_3$$

$$I_A + I_4 = I_2$$

для контуров:

$$I_1 R_1 - I_A R_4 - I_2 R_2 = 0$$

$$I_A R_4 + I_3 R_3 - I_4 R_0 = 0$$

Общее напряжение также можно выразить как:

$$U = I_1 R_1 + I_3 R_3$$

$$U = I_2 R_2 + I_4 R_0$$

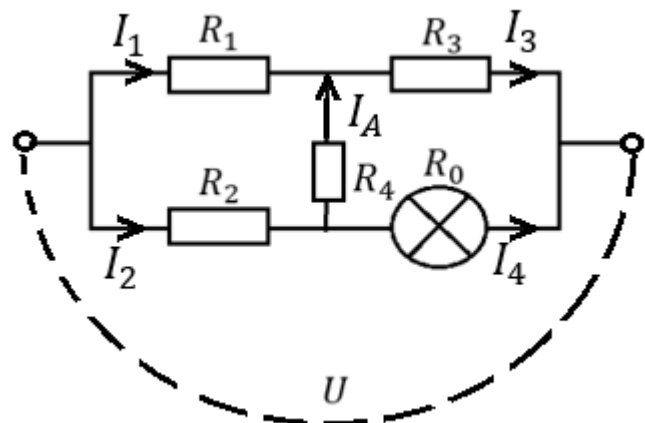
Решаем эту систему уравнений и определяем силу тока.

$$\begin{cases} U = I_1 R_1 + (I_A + I_1) R_3 \\ U = I_2 R_2 + (I_2 - I_A) R_0 \\ I_1 R_1 - I_A R_4 - I_2 R_2 = 0 \end{cases}$$

Выразим токи в первых двух уравнениях через ток амперметра и подставим их в третье уравнение.

$$I_1 = \frac{U - I_A R_3}{R_1 + R_3}$$

$$I_2 = \frac{U + I_A R_0}{R_2 + R_0}$$



$$\frac{U - I_A R_3}{R_1 + R_3} R_1 - I_A R_4 - \frac{U + I_A R_0}{R_2 + R_0} R_2 = 0$$

Сила тока, протекающего через амперметр, равна

$$I_A = \frac{U \left(\frac{R_1}{R_1 + R_3} - \frac{R_2}{R_0 + R_2} \right)}{\frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} + \frac{R_0 R_2}{R_0 + R_2} + R_4} = \frac{8 \text{ В} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{5} \right)}{\left(\frac{2}{3} + \frac{6}{5} + 5 \right) \text{ Ом}} = 78 \text{ мА}$$

е) Определим силу тока, протекающего через лампочку.

$$I_4 = I_2 - I_A$$

$$I_4 = \frac{U + I_A R_0}{R_2 + R_0} - I_A = \frac{8 \text{ В} + 0,078 \text{ А} \cdot 2 \text{ Ом}}{5 \text{ Ом}} - 0,078 \text{ А} = 1,55 \text{ А}$$

Потребляемая мощность лампы

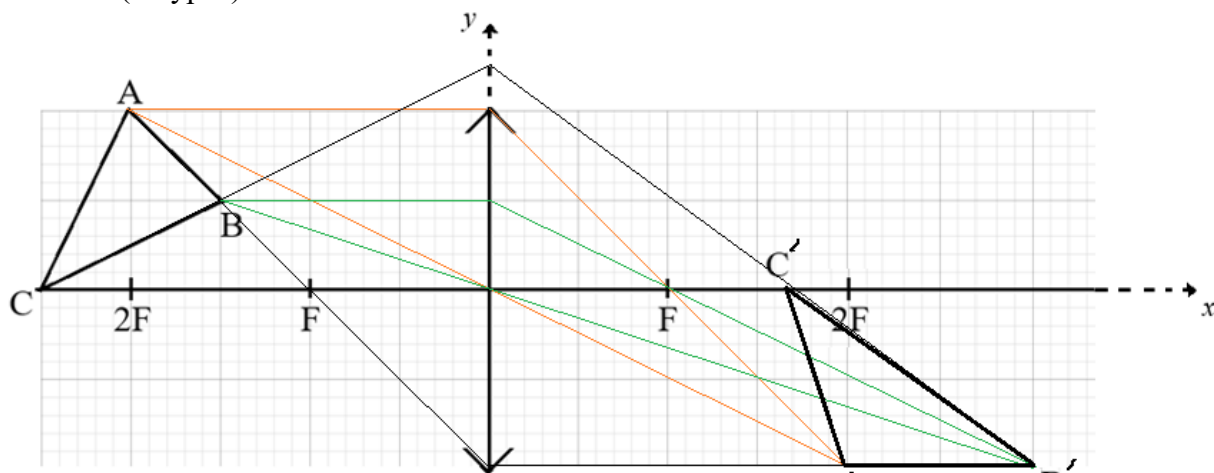
$$P_3 = I_4^2 R_0$$

$$P_2 = (1,55)^2 \cdot 2 \text{ Ом} = 4,81 \text{ Вт}$$

- a) **0,5 балла** – Закон Ома выражен верно
0,5 балла – Мощность лампочки выражена верно
1 балла – Значение мощности определено верно
- b) **1 балл** – Общее сопротивление определено верно
0,5 балла – Общая сила тока определена верно
0,5 балла – Правильно составлены уравнения для определения силы тока
0,5 балла – Правильно определена сила тока
0,5 балла – Правильно определена сила тока амперметра
- c) **1 балла** – Правильно определена сила тока в лампе
0,5 балла – Правильно определена мощность лампы
- d) **0,5 балла** – Правильно применены законы Кирхгофа к спаям
1 балл – Правильно применены законы Кирхгофа к цепям
1 балла – Правильно составлено уравнение для полного напряжения
1 балл – Правильно составлена система уравнений
0,5 балла – Правильно определена сила тока амперметра
- e) **1 балла** – Правильно определена сила тока в лампе
0,5 балла – Правильно определена мощность лампы

Линза және үшбұрыш есебінің шешімі және баллдар қою жүйесі

а) А, В және С нүктелерінің кескінің координаталарын анықтау үшін нүктелердің кескінін сызамыз. (1-сурет)



1-сурет

А және В нүктелерінің кескіндерінің координаталары бірден көрінеді.

$$A'(20; -10) \text{ см}$$

$$B'(30; -10) \text{ см}$$

С нүктесі оптикалық осьтің бойында орналасқандықтан оның кескіні де ось бойында орналасады. Оның кескінін анықтау сызбасын салғанда қателесу ықтималдылығы болғандықтан, оның кескінінің жұқа линза формуласымен анықтаймыз.

$$\frac{1}{2,5F} + \frac{1}{f_{C'}} = \frac{1}{F} \Rightarrow f_{C'} = \frac{5}{3}F$$

$$C'(16,7; 0) \text{ см}$$

б) Үшбұрыш қабырғасының бойымен сәуле жүргізетін болсақ, сәуле линзадан сынған соң түзусызықты бағытталады. Демек, үшбұрыштық кескіні де үшбұрыш болады. А, В және С нүктелерін сызықпен қосып шықсақ үшбұрыш кескінін аламыз. (1-сурет)

Енді А'В'С' үшбұрышының ауданын анықтайық. Үшбұрыш ауданын анықтау үшін бір қабырғасын биіктігіне көбейтіп екіге бөлу керек. 1-суретте А'В' қабырғасының ұзындығы мен оған түскен биіктік ұзындығының шамалары көрініп тұр.

$$S_1 = \frac{1}{2} A'B' \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 10 \text{ см} \cdot 10 \text{ см} = 50 \text{ см}^2$$

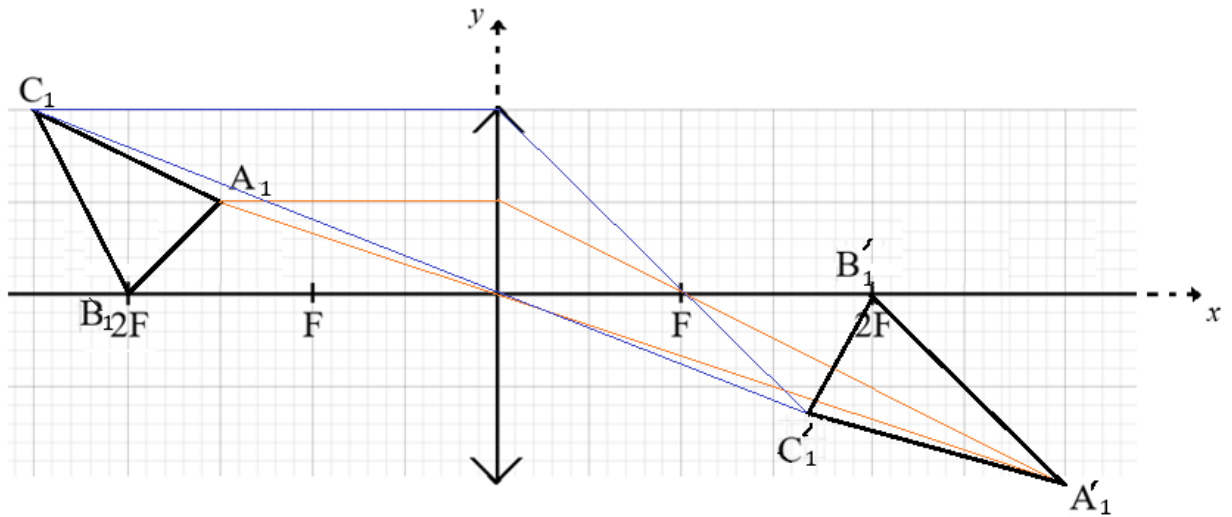
с) ABC үшбұрышы айнала бастаған кезден $t = 0,25$ с уақыт мезетіндегі үшбұрыш 90° -қа айналады. Сол мезеттегі үшбұрыш сызбасын салайық. (2-сурет)

Сызбалар жүргізу және формула қолдану арқылы А₁', В₁' және С₁' нүктелерінің координаталарын анықтаймыз.

$$A_1'(30; -10) \text{ см}$$

$$B_1'(20; 0) \text{ см}$$

$$C_1'(16,7; -6,7) \text{ см}$$



2-сурет

d) 2-суретте көрсетілген $A_1'B_1'C_1'$ үшбұрышының ауданын табудың бірнеше жолы бар. Геометрия курсына Герон формуласын қолданайық. Ең алдымен, біз әр қабырғаның ұзындығын анықтауымыз қажет. Қабырғалар ұзындықтары a , b , c деп алайық.

$$c = A_1'B_1' = \sqrt{(20 - 30)^2 + (0 - (-10))^2} \text{ см} = 14,14 \text{ см}$$

$$b = A_1'C_1' = \sqrt{(16,7 - 30)^2 + (-6,7 - (-10))^2} \text{ см} = 13,74 \text{ см}$$

$$a = B_1'C_1' = \sqrt{(16,7 - 20)^2 + (-6,7 - 0)^2} \text{ см} = 7,40 \text{ см}$$

Герон формуласы

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \quad \text{мұндағы } p = \frac{a+b+c}{2}$$

Герон формуласын қолданып үшбұрыш ауданын анықтаймыз

$$p = \frac{7,40 + 13,74 + 14,14}{2} \text{ см} = 17,64 \text{ см}$$

$$S_2 = \sqrt{17,64 \cdot (17,64 - 7,40) \cdot (17,64 - 13,74)(17,64 - 14,14)} \text{ см}^2 \approx 50 \text{ см}^2$$

e) $t = 0,5$ с уақыт мезетінде үшбұрыштың A және B нүктелерін сызып, жылдамдық бағыттары мен шамаларын анықтайық.

Үшбұрыш сағат тілімен айналып жатқандықтан $t = 0,5$ с уақыт мезетінде A_2 нүктесінің жылдамдық бағыты линзадан ары оптикалық ось бойымен бағытталады, ал B_2 нүктесінің жылдамдық бағыты линзаға параллель жоғары бағытталады. Жылдамдық шамалары келесі формула арқылы анықталады

$$v_A = \omega r_A \quad \text{және} \quad v_B = \omega r_B$$

мұнда r_A және r_B – сәйкесінше A_2 және B_2 нүктелерінің айналу осінен қашықтығы. 3-суреттен $r_A = r_B = 5$ см тең екені көрінеді.

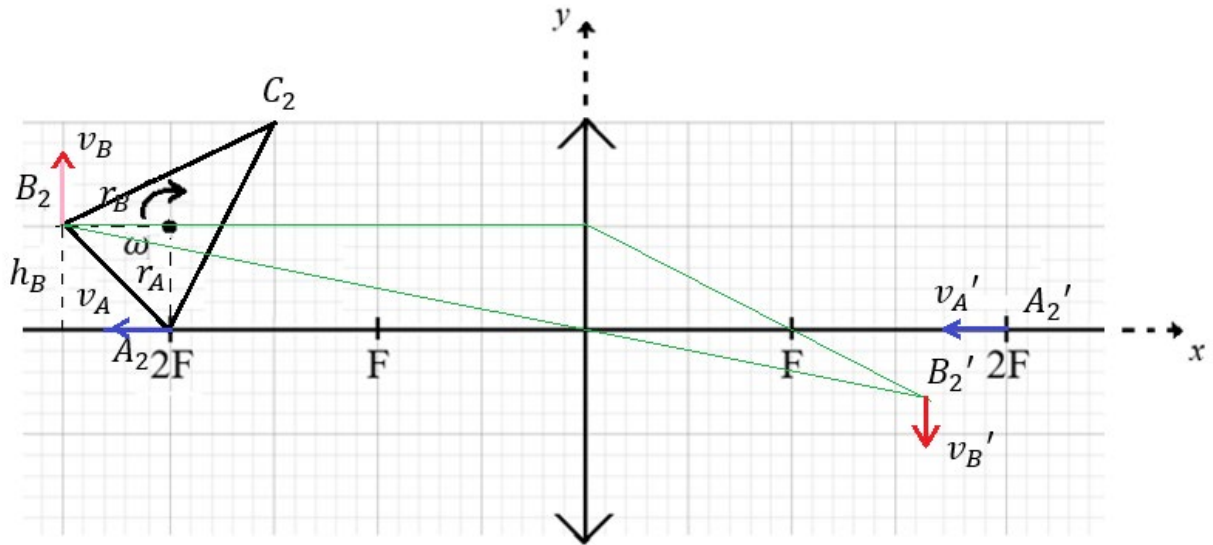
$$v_A = v_B = 2\pi \frac{\text{рад}}{\text{с}} \cdot 5 \text{ см} = 10\pi \frac{\text{см}}{\text{с}} = 31,4 \text{ см/с}$$

Енді нүктелердің кескіндерінің жылдамдықтарын анықтайық. A_2 нүктесінің кескінінің линзадан қашықтығын анықтайтын теңдеу құрайық.

$$\frac{1}{2F + v_A \tau} + \frac{1}{f_{A_2'}} = \frac{1}{F}$$

$$f_{A_2'} = \frac{F(2F + v_A \tau)}{F + v_A \tau}$$

Теңдеудегі τ уақыты нүктелер үшбұрыштан ажыраған мезеттен басталған уақыт ретінде аламыз. Демек біз қарастырып жатқан уақыт мезеті $\tau = 0$. A_2' нүктесінің жылдамдығын анықтау үшін $f_{A_2'}$ өрнегінен уақыт бойынша туынды алу қажет.



3-сурет

$$v_A' = (f_{A_2'})' = -\frac{v_A F^2}{(F + v_A \tau)^2}$$

Енді уақыт $\tau = 0$ екенін ескерсек

$$v_A' = -v_A = -31,4 \text{ см/с}$$

Минус таңбасы кескін линзаға қарай келе жатқанын білдіреді.

B_2 нүктесі линзаға параллель қозғалып жатқандықтан кескіні де линзаға параллель қозғалады. Нүкте мен кескінді қосатын түзу линзаның центрі арқылы өтетінін пайдаланып теңдеу құраймыз.

$$\frac{h_B}{2,5F} = \frac{h_{B'}}{f_{B'}}$$

$f_{B'}$ – B_2' нүктесінің линзадан қашықтығы. Жұқа линза теңдеуін қолданып $f_{B'}$ шамасын анықтаймыз.

$$\frac{1}{2,5F} + \frac{1}{f_{B'}} = \frac{1}{F} \Rightarrow f_{B'} = \frac{5}{3}F$$

Осыдан

$$h_{B'} = \frac{5}{3} \frac{F}{2,5F} h_B = \frac{2}{3} h_B$$

τ уақыты өткенде B_2 нүктесі $v_B \tau$ жол жүріп өтеді.

$$h_{B'} = \frac{2}{3} (h_B + v_B \tau)$$

B_2' нүктесінің жылдамдығын анықтау үшін $h_{B'}$ өрнегінен туынды аламыз.

$$v_A' = (h_{B'})' = \frac{2}{3} v_B = \frac{20\pi \text{ см}}{3 \text{ с}} = 21 \text{ см/с}$$

- a) **1,5 балл** – Әр нүктенің кескінінің координатасын дұрыс анықтады (әрқайсына 0,5 балл)
- b) **1 балл** – ABC үшбұрышының кескінін дұрыс сызды
1 балл – ABC үшбұрышының кескінінің ауданын дұрыс анықтады
- c) **0,5 балл** – Үшбұрыш қандай бұрышқа айналғанын анықтады
1 балл – Әр нүктенің жаңа координаталарын дұрыс анықтады немесе сурет салды.
1,5 балл – Әр нүктенің кескінінің координатасын дұрыс анықтады (әрқайсына 0,5 балл)
- d) **1 балл** – ABC үшбұрышының кескінін дұрыс сызды
1 балл – ABC үшбұрышының кескінінің ауданын дұрыс анықтады
- e) **0,5 балл** – Ажыраған нүктелердің орналасқан жерін дұрыс анықтады (сурет)
0,5 балл – Ажыраған нүктелердің жылдамдықтарының шамасын дұрыс анықтады
0,5 балл – Ажыраған нүктелердің жылдамдық бағыттарын дұрыс анықтады
1 балл – А нүктесінің кескінінің жылдамдығының шамасын және бағытын дұрыс анықтады
1 балл – В нүктесінің кескінінің жылдамдығының шамасын және бағытын дұрыс анықтады

Решение и разбаловка задачи линза и треугольник

а) Для определения координат изображения точек А, В и С начертим изображение этих точек. (рис. 1)

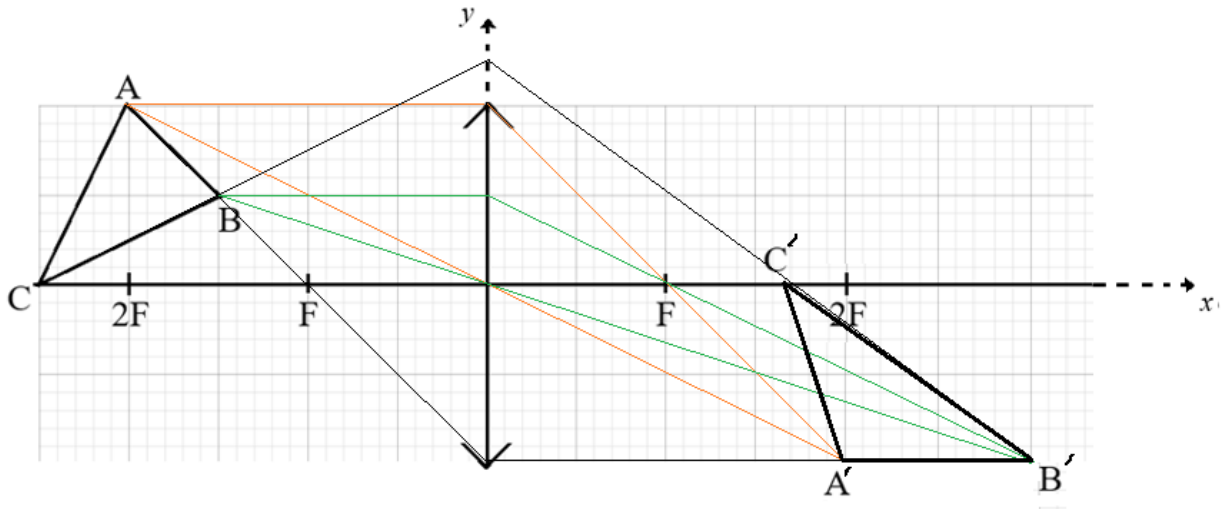


Рис. 1

Изображений точек А и В видны на рис 1.

$$A'(20; -10) \text{ см}$$

$$B'(30; -10) \text{ см}$$

Поскольку точка С расположена вдоль оптической оси, её изображение также расположено вдоль этой оси. Определим координату её изображения, используя формулу тонкой линзы.

$$\frac{1}{2,5F} + \frac{1}{f_{C'}} = \frac{1}{F} \Rightarrow f_{C'} = \frac{5}{3}F$$

$$C'(16,7; 0) \text{ см}$$

б) Если провести луч вдоль стороны треугольника, то после преломления линзой луч будет направлен по прямой линии. Следовательно, изображение треугольника также является треугольником. Если соединить точки А, В и С линией, то получится изображение треугольника АВС. (Рис. 1)

Теперь определим площадь треугольника А'В'С'. Чтобы найти площадь треугольника, нужно умножить одну сторону на высоту, опущенную на неё и разделить на два. На рис. 1 показаны длины стороны А'В' и длины высот, опущенных на неё.

$$S_1 = \frac{1}{2} A'B' \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 10 \text{ см} \cdot 10 \text{ см} = 50 \text{ см}^2$$

с) В момент времени $t = 0,25 \text{ с}$ с момента начала вращения треугольника АВС он поворачивается на 90° . Построим схему треугольника в этот момент времени (рис. 2).

Построив схему и воспользовавшись формулой, определяем координаты точек A_1' , B_1' и C_1' .

$$A_1'(30; -10) \text{ см}$$

$$B_1'(20; 0) \text{ см}$$

$$C_1'(16,7; -6,7) \text{ см}$$

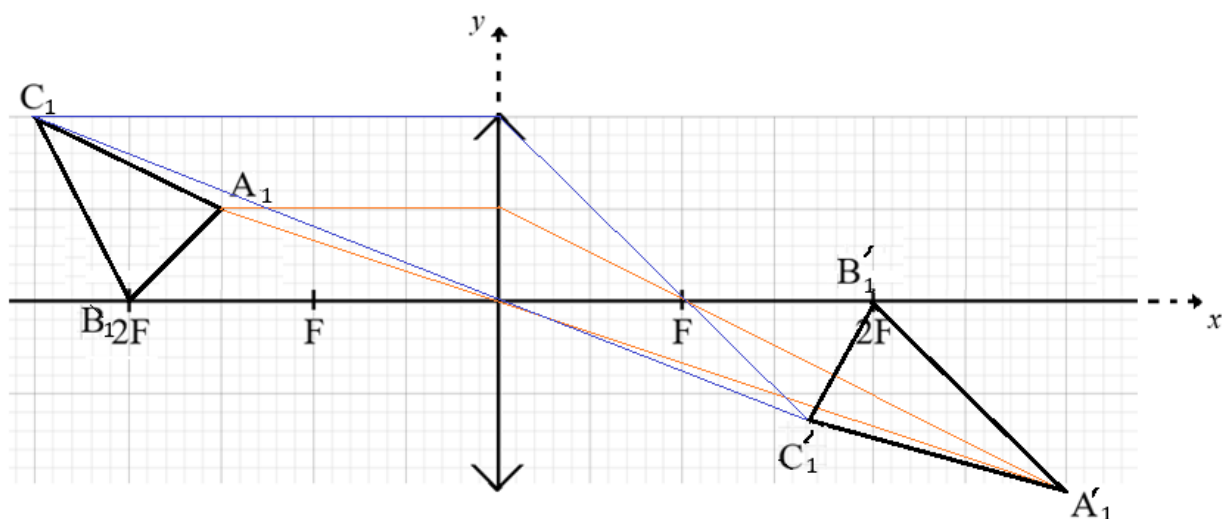


Рис. 2

d) 2-суретте көрсетілген $A_1'B_1'C_1'$ үшбұрышының ауданын табудың бірнеше жолы бар. Геометрия курсына Герон формуласын қолданайық. Ең алдымен, біз әр қабырғаның ұзындығын анықтауымыз қажет. Қабырғалар ұзындықтарын a, b, c деп алайық. Существует несколько способов найти площадь треугольника $A_1'B_1'C_1'$, показанного на рис. 2. Воспользуемся формулой Герона из курса геометрии. Сначала нужно определить длину каждой стороны. Длины сторон треугольника обозначим a, b, c .

$$c = A_1'B_1' = \sqrt{(20 - 30)^2 + (0 - (-10))^2} \text{ см} = 14,14 \text{ см}$$

$$b = A_1'C_1' = \sqrt{(16,7 - 30)^2 + (-6,7 - (-10))^2} \text{ см} = 13,74 \text{ см}$$

$$a = B_1'C_1' = \sqrt{(16,7 - 20)^2 + (-6,7 - 0)^2} \text{ см} = 7,40 \text{ см}$$

Формула Герона

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \quad \text{здесь } p = \frac{a+b+c}{2}$$

Для нахождения площади треугольника используем формулу Герона.

$$p = \frac{7,40 + 13,74 + 14,14}{2} \text{ см} = 17,64 \text{ см}$$

$$S_2 = \sqrt{17,64 \cdot (17,64 - 7,40) \cdot (17,64 - 13,74)(17,64 - 14,14)} \text{ см}^2 \approx 50 \text{ см}^2$$

е) Начертим точки А и В треугольника в момент времени $t = 0,5$ с и определим направления и величины скоростей.

Поскольку треугольник вращается по часовой стрелке, в момент времени $t = 0,5$ с направление скорости точки A_2 направлено от линзы вдоль оптической оси, а направление скорости точки B_2 — вверх параллельно линзе. Величины скоростей определяются по следующей формуле:

$$v_A = \omega r_A \quad \text{и} \quad v_B = \omega r_B$$

здесь r_A и r_B — расстояния точек A_2 и B_2 от оси вращения соответственно. Из рис. 3 видно, что $r_A = r_B = 5$ см.

$$v_A = v_B = 2\pi \frac{\text{рад}}{\text{с}} \cdot 5 \text{ см} = 10\pi \frac{\text{см}}{\text{с}} = 31,4 \text{ см/с}$$

Теперь определим скорости изображений точек. Составим уравнение, определяющее расстояние изображения точки A_2 от линзы.

$$\frac{1}{2F + v_A \tau} + \frac{1}{f_{A_2'}} = \frac{1}{F}$$

$$f_{A_2'} = \frac{F(2F + v_A \tau)}{F + v_A \tau}$$

Тендеудегі τ уақыты нүктелер үшбұрыштан ажыраған мезеттен басталған уақыт ретінде аламыз. Демек біз қарастырып жатқан уақыт мезеті $\tau = 0$. A_2' нүктесінің жылдамдығын анықтау үшін $f_{A_2'}$ өрнегінен уақыт бойынша туынды алу қажет.

В качестве времени τ в уравнении взято время с момента отделения точек от треугольника. Следовательно, рассматриваемый нами момент времени равен $\tau = 0$. Для определения скорости точки A_2' необходимо взять производную от выражения $f_{A_2'}$ по времени.

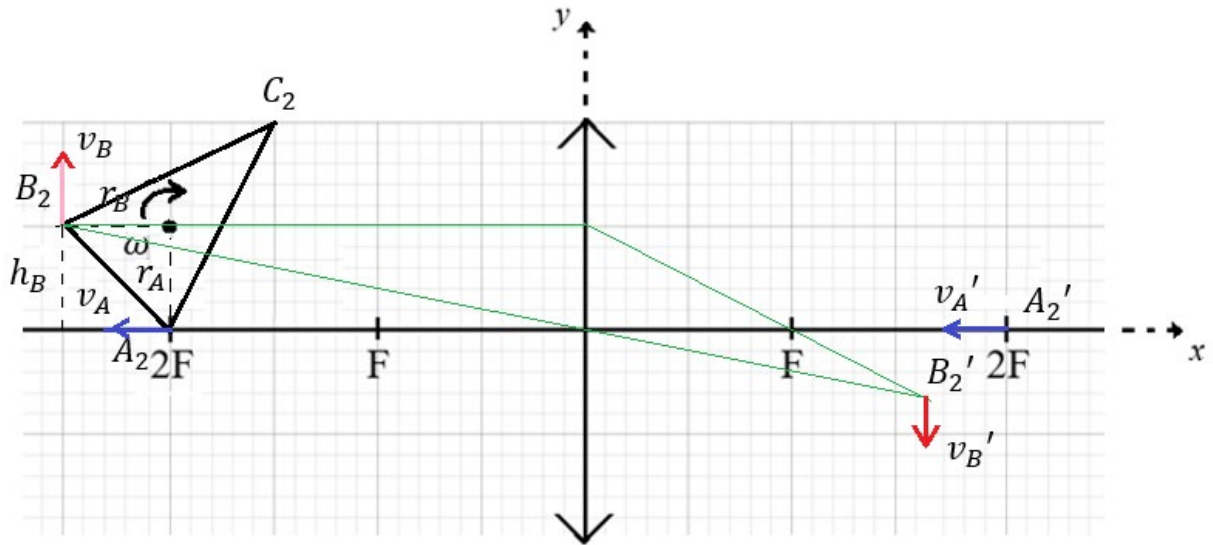


Рис. 3

$$v_A' = (f_{A_2'})' = -\frac{v_A F^2}{(F + v_A \tau)^2}$$

Енді уақыт $\tau = 0$ екенін ескерсек

Теперь, находим скорость в момент времени $\tau = 0$

$$v_A' = -v_A = -31,4 \text{ см/с}$$

Знак «минус» означает, что изображение движется к линзе.

Поскольку точка B_2 движется параллельно линзе, её изображение также движется параллельно линзе. Мы можем составить уравнение, используя тот факт, что прямая, соединяющая точку и изображение, проходит через центр линзы.

$$\frac{h_B}{2,5F} = \frac{h_{B'}}{f_{B'}}$$

$f_{B'}$ – расстояние точки B_2' от линзы. Значение $f_{B'}$ определяется с помощью уравнения тонкой линзы.

$$\frac{1}{2,5F} + \frac{1}{f_{B'}} = \frac{1}{F} \Rightarrow f_{B'} = \frac{5}{3}F$$

Подставляем в уравнение

$$h_{B'} = \frac{\frac{5}{3}F}{2,5F} h_B = \frac{2}{3} h_B$$

За время τ точка B_2 проходит расстояние $v_B \tau$.

$$h_{B'} = \frac{2}{3}(h_B + v_B \tau)$$

Для определения скорости точки B_2' возьмем производную выражения $h_{B'}$.

$$v_A' = (h_{B'})' = \frac{2}{3} v_B = \frac{20\pi}{3} \frac{\text{см}}{\text{с}} = 21 \text{ см/с}$$

- a) **1,5 балл** – Правильно определены координаты каждой точки изображения (по 0,5 балла за каждую)
- b) **1 балл** – Правильно нарисован изображение треугольника ABC.
1 балл – Правильно определена площадь изображения треугольника ABC
- c) **0,5 балл** – Правильно определен угол поворота треугольника за указан
1 балл – Правильно определены новые координаты каждой точки.
1,5 балл – Правильно определены координаты изображения каждой точки (по 0,5 балла за каждую)
- d) **1 балл** – Правильно нарисовано изображение треугольника ABC
1 балл – Верно определена площадь изображения треугольника ABC
- e) **0,5 балл** – Верно определены положения точек А и В в указанный момент времени.
0,5 балл – Верно определены величины скоростей точек А и В
0,5 балл – Верно определены направления скоростей точек А и В
1 балл – Верно определены величина и направление скорости изображения точки А
1 балл – Верно определена величина и направление скорости изображения точки В