

## Математическая байга, 3 класс

1. На прямой отмечено 2018 зеленых точек, одна синяя и несколько красных точек. Известно, что между любыми двумя точками одного цвета есть другие точки (хотя бы одна). Сколько может быть красных точек? Укажите все ответы!

**Ответ:** От 2016 до 2020.

**Решение.**

1) Так как у нас на прямой отмечено 2018 зелёных точек, то чтобы заполнить пространства между ними, необходимо минимум 2017 точек другого цвета. У нас имеется одна синяя точка, значит, нам нужно как минимум 2016 красных точек.

2) Если красных точек больше 2020, то, чтобы заполнить все пространства между красными точками, потребуется больше 2019 точек другого цвета. А у нас в наличии всего 2019 (1 синяя и 2018 зелёных). Значит, красных точек может быть не более 2020.

3) Приведём примеры расположения точек для каждого конкретного возможного случая.

А) Количество красных 2016:

**ЗСЗКЗКЗКЗКЗКЗК...ЗКЗКЗКЗ**

Б) Количество красных 2017:

**ЗСЗКЗКЗКЗКЗКЗК...ЗКЗКЗКЗК**

В) Количество красных 2018:

**ЗСКЗКЗКЗКЗКЗКЗК...ЗКЗКЗКЗК**

В) Количество красных 2019:

**ЗКСЗКЗКЗКЗКЗКЗК...ЗКЗКЗКЗК**

Г) Количество красных 2020:

**КЗКСЗКЗКЗКЗКЗКЗК...ЗКЗКЗКЗК**

2. При сложении двух чисел Дарига пропустила нуль на конце одного слагаемого и получила сумму 2018 вместо правильной суммы 3125. Какие числа она должна была сложить?

**Ответ.** 1230 и 1895.

**Решение.** Пусть Дариге надо было сложить числа  $10a$  и  $b$ . На самом деле она сложила числа  $a$  и  $b$ . Эта сумма меньше правильной на  $9a$ . Таким образом,  $9a = 3125 - 2018 = 1107$ , откуда  $a = 123$ .

Значит, исходные числа равны  $10a = 1230$  и  $b = 2018 - 123 = 1895$ .

3. На планете Урап в созвездии Тау Кита проводилась математическая конференция, в которой участвовало 100 учёных. Известно, что среди любых пяти учёных найдётся по крайней мере один академик. Сколько академиков могло участвовать в этой конференции?

**Ответ:** 100, 99, 98, 97, 96.

**Решение.**

*Молодым учёным* назовём учёного, который не является академиком.

1) Заметим, что на конференции не могло быть пять и более молодых учёных, так как нашлась бы пятёрка учёных, в которой нет академика. Значит, всего молодых учёных **не более четырёх**, а академиков – **не менее 96**.

2) Таким образом, возможное число молодых учёных равно 0, 1, 2, 3 или 4, соответственно возможное количество академиков равно 100, 99, 98, 97 или 96. Покажем, что каждый из этих случаев возможен.

3) Если всего молодых учёных не более четырёх, то в любой пятерке учёных их также не более четырёх, а, значит, в любой пятёрке учёных найдётся академик.

4. На доске было выписано 11 последовательных чисел. Затем два подряд идущих числа были стёрты. Сумма оставшихся чисел равна 2018. Какие числа были стёрты?

**Ответы:** 228 и 229.

**Решение.** Пусть самое маленькое из написанных на доске чисел равно  $x$ , тогда эти числа равны

$$x, x + 1, x + 2, \dots, x + 10.$$

Сумма всех чисел, записанных на доске равна

$$\begin{aligned} x + (x + 1) + (x + 2) + \dots + (x + 10) &= \\ &= 11x + (1 + 2 + \dots + 10) = 11x + 55. \end{aligned}$$

Пусть были вычеркнуты числа  $x + a, x + a + 1$ , где  $a$ , – целые число от 0 до 9. Тогда получаем

$$\begin{aligned} 11x + 55 = 2018 + (x + a) + (x + a + 1) &\Leftrightarrow \\ 9x = 1964 + 2a. \end{aligned}$$

Чтобы последнее уравнение имело решение, нужно, чтобы правая часть делилась на 9. Заметим, что  $0 \leq 2a \leq 18$ , поэтому  $1964 \leq 1964 + 2a \leq 1982$ . Среди натуральных чисел от 1964 до 1982 только 1971 и 1980 делятся на 9. Но правая часть должна быть чётным числом, поэтому подходит только 1980.

Пусть  $1964 + 2a = 1980$ , тогда

$$9x = 1980 \Leftrightarrow x = 220 \quad \text{и} \quad 2a = 16 \Leftrightarrow a = 8.$$

Поэтому были стёрты числа 228 и 229.

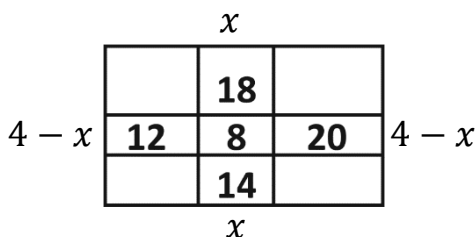
Решение, основанное на методе перебора, также считается верным.

5. На рисунке нарисован прямоугольник, который четырьмя отрезками разбит еще на несколько прямоугольников. Внутри некоторых прямоугольников написаны их периметры в сантиметрах. Найдите периметр большого прямоугольника.

	18	
12	8	20
	14	

**Ответ:** 56 см.

**Решение.** Обозначим длины горизонтальных сторон прямоугольников среднего столбца через  $x$  см. Тогда центральный прямоугольник с периметром 8 имеет вертикальную сторону, равную  $(4 - x)$  см также, как и все остальные прямоугольники, находящиеся в том же среднем ряду.



Горизонтальные стороны прямоугольников с периметрами 12 см и 20 см соответственно на  $(12 - 8): 2 = 2$  см и  $(20 - 8): 2 = 6$  см больше горизонтальной стороны прямоугольника с периметром 8 см, находящегося в том среднем ряду. Поэтому горизонтальные стороны прямоугольника с периметром 12 см и всех прямоугольников в

левом столбце равны  $(x + 2)$  см, а горизонтальные стороны прямоугольника с периметром 20 см и всех прямоугольников в правом столбце равны  $(x + 6)$  см.

	$x + 2$	$x$	$x + 6$	
		<b>18</b>		
$4 - x$	<b>12</b>	<b>8</b>	<b>20</b>	$4 - x$
		<b>14</b>		
	$x + 2$	$x$	$x + 6$	

Вертикальные стороны прямоугольников с периметрами 18 см и 14 см соответственно на  $(18 - 8): 2 = 5$  см и  $(14 - 8): 2 = 3$  см больше вертикальной стороны прямоугольника с периметром 8 см, находящегося в том среднем столбце. Поэтому вертикальные стороны прямоугольника с периметром 18 см и всех прямоугольников в верхнем ряду равны  $(9 - x)$  см, а вертикальные стороны прямоугольника с периметром 14 см и всех прямоугольников в нижнем ряду равны  $(7 - x)$  см.

	$x + 2$	$x$	$x + 6$	
		<b>18</b>		
$9 - x$	<b>12</b>	<b>8</b>	<b>20</b>	$9 - x$
$4 - x$		<b>14</b>		$4 - x$
$7 - x$				$7 - x$
	$x + 2$	$x$	$x + 6$	

Таким образом, стороны большого прямоугольника равны

$(x + 2) + x + (x + 6) = (3x + 8)$  см и  $(9 - x) + (4 - x) + (7 - x) = (20 - 3x)$  см, а его периметр равен  $2((3x + 8) + (20 - 3x)) = 2 \cdot 28 = 56$  см.

Решение, основанное на методе перебора, также считается верным.

**6.** Во сне Аскару пришла мысль: «Через  $X$  часов будет понедельник, еще через  $X$  часов будет вторник, еще через  $X$  часов будет среда, еще через  $X$  часов будет четверг, еще через  $X$  часов будет ...», а потом его разбудили, и он так и не узнал, чем закончится его сон. Помогите найти Аскару все возможные окончания его сна.

**Ответ:** четверг, пятница, суббота

**Решение.** Заметим, что если после понедельника через  $X$  часов будет вторник, то  $X < 48$  ч. Поэтому через  $X$  часов после четверга, возможно, ещё будет продолжаться четверг, или будет пятница, или будет суббота.

Приведём примеры, когда возможна каждая из этих ситуаций.

- 1) Пусть Аскару мысль пришла в голову в воскресенье в 9 часов утра, и  $X = 22$  ч. Тогда через 22 часа будет 7 часов утра понедельника, ещё через 22 часа будет 5 часов утра вторника, ещё через 22 часа – 3 часа утра среды, ещё через 22 часа – 1 час утра четверга, и ещё через 22 часа – 11 часов вечера **четверга**.
- 2) Пусть Аскару мысль пришла в голову в воскресенье в 6 часов утра, и  $X = 24$  ч. Тогда через 24 часа будет 6 часов утра понедельника, ещё через 24 часа будет 6 часов утра вторника, ещё через 24 часа – 6 часов утра среды, ещё через 24 часа – 6 часов утра **пятницы**.
- 3) Пусть Аскару мысль пришла в голову в воскресенье в 1 час утра, и  $X = 29$  ч. Тогда через 30 часов будет 6 часов утра понедельника, ещё через 29 часов будет 11 часов утра вторника, ещё через 29 часов – 4 часа после обеда среды, ещё через 29 часов – 9 часов вечера **четверга**, ещё через 29 часов – 2 часа утра **субботы**.