

Математикалық бәйге, 3-сынып

1. Түзудің бойынан 2018 жасыл нүкте, 1 көк және бірнеше қызыл нүктелер белгіленген. Кез-келген бір түсті екі нүктенің арасында кемінде бір нүкте бар. Қызыл нүктенің саны қанша болуы мүмкін? Барлық жауапты көрсетіңіз.

Жауабы: 2016-дан 2020-ға дейін.

Шешуі:

1) Түзудің бойында 2018 жасыл нүкте белгіленгендіктен олардың арасына аз дегенде 2017 басқа түстегі нүктелер қажет. Бізде бір көк түсті нүкте бар. Олай болса, ең аз дегенде 2016 қызыл нүкте керек.

2) Егер қызыл нүктелер 2020-дан көп болса, онда қызыл нүктелердің арасындағы барлық орындарды толтыру үшін, 2019-дан артық басқа түстегі нүктелер керек. Ал бізде барлығы 2019 (1 көк және 2018 жасыл) нүкте бар. Олай болса, қызыл нүктелер 2020-дан артық емес.

3) Нүктелердің орналасуының әр түрлі жағдайы үшін нақты мысалдар келтірейік.

А) Қызылдардың саны 2016:

ЖКЖҚЖКЖҚЖҚЖҚЖҚЖҚ...ЖҚЖҚЖҚЖ

Б) Қызылдардың саны 2017:

ЖКЖҚЖКЖКЖКЖКЖКЖК...ЖҚЖҚЖҚЖК

В) Қызылдардың саны 2018:

ЖКЖҚЖКЖҚЖҚЖҚЖҚЖҚЖҚ...ЖҚЖҚЖҚЖҚ

В) Қызылдардың саны 2019:

ЖҚЖҚЖҚЖҚЖҚЖҚЖҚЖҚ...ЖҚЖҚЖҚЖҚ

Г) Қызылдардың саны 2020:

ҚЖҚЖҚЖҚЖҚЖҚЖҚЖҚЖҚЖҚ...ЖҚЖҚЖҚЖҚ

2. Дариға екі санды қосқанда бір қосылғыштың соңындағы нөлді тастап кетіп, 3125 деген дұрыс жауаптың орнына 2018 деген қосындыны алды. Дариға қандай екі санды қосу керек еді?

Жауабы: 1230 және 1895.

Шешуі: Дариғаға $10a$ және b сандарын қосу керек болсын делік. Бірақ, ол a және b сандарын қосқандықтан шыққан қосынды дұрыс қосындыдан $9a$ -ға кем.

Олай болса, $9a = 3125 - 2018 = 1107$, $a = 123$.

Осыдан, $10a = 1230$ және $b = 2018 - 123 = 1895$.

3. Тау Кит шоқжұлдызындағы Урап планетасында 100 ғалым қатысқан математикалық конференция өтті. Егер олардың ішіндегі кез-келген 5 ғалымның біреуі академик екендігі белгілі болса, осы конференцияға қанша академик қатысуы мүмкін?

Жауабы: 100, 99, 98, 97, 96.

Шешуі: Академик емес ғалымды— жас ғалым деп атайық.

1) Конференцияда бес және одан да көп жас ғалым болуы мүмкін емес, ондай жағдайда академигі жоқ ғалымдар бестігі табылар еді. Олай болса барлық жас ғалымдар саны **төрттен артық емес**, ал академиктердің саны – **96-дан аз емес**.

2) Сонымен, жас ғалымдар санының мүмкін болатын мәні: 0, 1, 2, 3 немесе 4, сәйкесінше академиктердің санының мүмкін болатын мәні: 100, 99, 98, 97 немесе 96. Осы жағдайлардың әрқайсысының мүмкін екендігін көрсетейік.

3) Егер барлық жас ғалымдар саны төрттен артық болмаса, онда ғалымдардың кез келген бестігінде олардың саны төрттен артық емес. Олай болса ғалымдардың кез келген бестігінен академик табылады.

4. Тақтада тізбектеле қатар орналасқан 11 сан жазылған. Содан кейін қатар тұрған екі сан өшірілді. Қалған сандардың қосындысы 2018-ге тең. Қай сандар өшірілді?

Жауабы: 228 және 229.

Шешуі:

Тақтада тұрған ең кіші санды x деп белгілейік.

$$x, x + 1, x + 2, \dots, x + 10.$$

Олардың қосындысы:

$$\begin{aligned} x + (x + 1) + (x + 2) + \dots + (x + 10) &= \\ &= 11x + (1 + 2 + \dots + 10) = 11x + 55. \end{aligned}$$

Өшірілген сандар: $x + a, x + a + 1$ болсын (мұндағы a - 0-ден 9-ға дейінгі бүтін сан).

Бұдан

$$\begin{aligned} 11x + 55 &= 2018 + (x + a) + (x + a + 1) \Leftrightarrow \\ 9x &= 1964 + 2a. \end{aligned}$$

Соңғы теңдеудің шешімі болу үшін теңдеудің оң жақ бөлігі 9-ға бөлінуі керек.

$0 \leq 2a \leq 18$ екендігін байқаймыз, сондықтан $1964 \leq 1964 + 2a \leq 1982$. 1964-тен 1982-ге дейінгі натурал сандардың ішінде тек 1971 және 1980 ғана 9-ға бөлінеді. Бірақ, теңдеудің оң жақ бөлігі жұп сан болу керек болғандықтан тек 1980 саны ғана сәйкес келеді.

$1964 + 2a = 1980$ болсын,

$$9x = 1980 \Leftrightarrow x = 220 \quad \text{және} \quad 2a = 16 \Leftrightarrow a = 8.$$

Сондықтан өшірілген сандар 228 және 229.

Таңдау әдісіне негізделген шешім сондай-ақ дұрыс деп саналады.

5. Суретте көрсетілген тіктөртбұрыш төрт кесіндімен тағы бірнеше тіктөртбұрыштарға бөлінген. Кейбір тіктөртбұрыштардың ішіне олардың периметрлерінің қанша сантиметр екендігі жазылған. Үлкен тіктөртбұрыштың периметрін табыңыз.

	18	
12	8	20
	14	

Жауабы: 56 см.

Шешуі: Ортада тұрған тіктөртбұрыштың ұзындығын x см деп белгілейік. Онда ол тіктөртбұрыштың ені $(4 - x)$ см.

	x			
	18			
$4 - x$	12	8	20	$4 - x$
	14			
	x			

Олай болса, периметрлері 12 см және 20 см болатын тіктөртбұрыштардың да ені $(4 - x)$ см. Бұдан периметрі 12 см болатын тіктөртбұрыштың ұзындығы $(x+2)$ см ал периметрі 20 см болатын тіктөртбұрыштың ұзындығы $(x+6)$ см.

	$x + 2$	x	$x + 6$	
		18		
$4 - x$	12	8	20	$4 - x$
		14		
	$x + 2$	x	$x + 6$	

Периметрі 18 см болатын тіктөртбұрыштың ені $(9 - x)$ см ал, периметрі 14 см болатын тіктөртбұрыштың ені $(7 - x)$ см.

	$x + 2$	x	$x + 6$	
		18		
$9 - x$	12	8	20	$9 - x$
$4 - x$		14		$4 - x$
$7 - x$				$7 - x$
	$x + 2$	x	$x + 6$	

Сонымен, үлкен тіктөртбұрыштың ұзындығы:

$$(x + 2) + x + (x + 6) = (3x + 8) \text{ см}$$

және ені:

$$(9 - x) + (4 - x) + (7 - x) = (20 - 3x) \text{ см,}$$

Ал периметрі: $2((3x + 8) + (20 - 3x)) = 2 \cdot 28 = 56 \text{ см.}$

Таңдау әдісіне негізделген шешім сондай-ақ дұрыс деп саналады.

6. Асқарға түсінде мынадай ой келді: « X сағаттан соң дүйсенбі, тағы X сағаттан соң сейсенбі, тағы X сағаттан соң сәрсенбі, тағы X сағаттан соң бейсенбі, тағы X сағаттан соң...», ал сосын оны оятып жіберді де, ол түсінің қалай аяқталатынын білмей қалды. Асқарға түсінің аяқталуының барлық мүмкін жағдайларын тауып көмектесіңіз.

Жауабы: бейсенбі, жұма, сенбі

Шешуі:

Егер дүйсенбіден кейін X сағаттан соң сейсенбі болса, онда $X < 48$ сағ. Бейсенбіден кейінгі X сағатта бейсенбі жалғасуы немесе жұма, немесе сенбі болуы мүмкін.

Осы мүмкін болатын жағдайларға мысал келтіреміз.

1) Асқарға осы ой жексенбі күні таңертеңгі сағат 9-да келген болсын және $X = 22$ сағ. болсын. Онда 22 сағаттан соң дүйсенбі күнгі таңертеңгі сағат 7 болады, ал тағы 22 сағаттан соң сейсенбі күнгі таңғы сағат 5 болады, тағы 22 сағаттан соң сәрсенбі күнгі таңғы сағат 3 болады, тағы 22 сағаттан соң бейсенбі күнгі таңғы сағат 1, тағы 22 сағаттан соң **бейсенбі** түнгі сағат 11 болады.

2) Асқарға осы ой жексенбі күні таңертеңгі сағат 6-да келген болсын және $X=24$ сағ. болсын. Онда 24 сағаттан соң дүйсенбі күнгі таңертеңгі сағат 6 болады, ал тағы 24 сағаттан соң сейсенбі күнгі таңғы сағат 6 болады, тағы 24 сағаттан соң сәрсенбі күнгі таңғы сағат 6 болады, тағы 24 сағаттан соң бейсенбі күнгі таңғы сағат 6, тағы 24 сағаттан соң **жұма** күнгі таңғы сағат 6 болады.

3) Асқарға осы ой жексенбі күні таңғы сағат 1-де келген болсын және $X=29$ сағ. болсын. Онда 30 сағаттан соң дүйсенбі күнгі таңертеңгі сағат 6 болады, ал тағы 29 сағаттан соң сейсенбі күнгі сағат 11 болады, тағы 29 сағаттан соң сәрсенбі күнгі түскі сағат 4 болады, тағы 29 сағаттан соң бейсенбі күнгі кешкі сағат 9, тағы 29 сағаттан соң **сенбі** күнгі таңғы сағат 2 болады.