Математическая байга, 2 класс

1. У продавца есть чашечные весы и гири массой 1, 3, 5 и 7 кг. Какое число килограммов товара он может взвесить при помощи этих гирь. Гири можно ставить на обе чашки весов. Укажите все варианты!

Ответ: От 1 до 16.

Решение. Максимальный вес, который можно взвесить $1 + 3 + 5 + 7 = 16$ кг.

1 кг товара можно взвесить, положив гирю в 1 кг на левую чашку весов, а товар – на правую.

2 кг товара можно взвесить, положив гирю в 3 кг на левую чашку весов, а товар и гирю 1 кг – на правую.

3 кг товара можно взвесить, положив гирю в 3 кг на левую чашку весов, а товар – на правую.

4 кг товара можно взвесить, положив две гири 1 кг и 3 кг на левую чашку весов, а товар – на правую.

5 кг товара можно взвесить, положив гирю в 5 кг на левую чашку весов, а товар – на правую.

6 кг товара можно взвесить, положив две гири 1 кг и 5 кг на левую чашку весов, а товар – на правую.

7 кг товара можно взвесить, положив гирю в 7 кг на левую чашку весов, а товар – на правую.

8 кг товара можно взвесить, положив две гири 3 кг и 5 кг на левую чашку весов, а товар – на правую.

9 кг товара можно взвесить, положив три гири 1 кг, 3 кг и 5 кг на левую чашку весов, а товар – на правую.

10 кг товара можно взвесить, положив две гири 3 кг и 7 кг на левую чашку весов, а товар – на правую.

11 кг товара можно взвесить, положив три гири 1 кг, 3 кг и 7 кг. на левую чашку весов, а товар – на правую.

12 кг товара можно взвесить, положив две гири 5 кг и 7 кг на левую чашку весов, а товар – на правую.

13 кг товара можно взвесить, положив три гири 1 кг, 5 кг и 7 кг на левую чашку весов, а товар – на правую.

14 кг товара можно взвесить, положив три гири 3 кг, 5 кг и 7 кг на левую чашку весов, а товар и гирю 1 кг – на правую.

15 кг товара можно взвесить, положив три гири 3 кг, 5 кг и 7 кг на левую чашку весов, а товар – на правую.

16 кг товара можно взвесить, положив все 4 гири на левую чашку весов, а товар – на правую.

2. В сказочной стране за 7 тугриков дают 10 динаров, за 14 рупий – 15 динаров, за 11 крон – 2 талера, а за 22 рупии – 3 талера. Сколько тугриков можно выручить за 2018 крон? Обмен можно проводить в обе стороны, так же разрешается менять не целое число монет по указанному курсу.

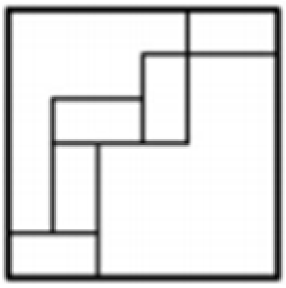
Ответ: 2018.

Решение.

1) За 30 динаров можно получить 21 тугрик или 28 рупий. Значит 21 тугрик равняется 28 ркпиям, то есть за 3 тугрика дают 4 рупии.

2) За 44 рупии дают 6 талеров или 33 тугрика. Отсюда следует, что за 2 талера дают 11 тугриков.
3) За 2 талера можно приобрести 11 крон или 11 тугриков. Поэтому 1 крона равна по стоимости 1 тугрику. Значит за 2018 крон можно выручить 2018 тугриков.

3. Пять равных прямоугольников помещены в квадрат со стороной 6 см, как показано на рисунке. Чему равен периметр одного прямоугольника в см?



Ответ: 6 см.
Решение. Сторона квадрата равна 6 см. Пусть меньшая сторона прямоугольника равна x см, бóльшая – y см.
Если же рассмотреть данную конструкцию из маленьких прямоугольников по горизонтали, то заметим, что в одну сторону квадрата вписывается 3 маленьких прямоугольника, если их положить бóльшей стороной, то есть

$$3y = 6 \quad \Leftrightarrow \; y = 2.$$

Если рассматривать данную конструкцию по вертикали, то получим

$$x + y + y + x = 6 \quad \Leftrightarrow \; x + y = 3.$$

Отсюда получаем, что $x = 1, y = 2$, а периметр прямоугольника равен $2(x + y) = 6$см.

4. Аскар написал на доске несколько (больше одного) последовательных натуральных чисел и сложил их. В результате он получил 21. Сколько чисел могло быть написано на доске? Укажите все возможные варианты.
Ответ: 2, 3 и 6.
Решение. Обозначим наименьшее из этих чисел через x
1) Рассмотрим случай, когда Аскар написал 2 последовательных натуральных числа. Тогда эти числа равны x и $(x + 1)$. Их сумма равна

$$x + (x + 1) = 21 \Leftrightarrow 2x + 1 = 21 \Leftrightarrow \; 2x = 20 \; \Leftrightarrow \; x = 10.$$

То есть искомые числа равны 10 и 11, и случай, когда было написано 2 последовательных натуральных числа возможен.
2) Если Аскар написал 3 числа, то эти числа равны x, $(x + 1)$ и $(x + 2)$. Их сумма равна

$$x + (x + 1) + (x + 2) = 21 \; \Leftrightarrow \; 3x + 3 = 21 \; \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \; 3x = 18 \; \Leftrightarrow \; \; x = 6.$$

То есть искомые числа равны $6, 7$ и 8, и случай с 3 последовательными натуральными числами возможен.
3) Пусть Аскар написал 4 числа, тогда эти числа равны x, $(x + 1)$, $(x + 2)$ и $(x + 3)$. Их сумма равна

$$x + (x + 1) + (x + 2) + (x + 3) = 21 \; \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \; 4x + 6 = 21 \; \Leftrightarrow \; 4x = 15.$$

Последнее равенство невозможно, так как правая часть не делится на 4. Итак, случай 4 последовательных натуральных чисел невозможен.

4) Пусть Аскар написал 5 чисел, тогда эти числа равны x, $(x+1)$, $(x+2)$, $(x+3)$ и $(x+4)$. Их сумма равна

$$x+(x+1)+(x+2)+(x+3)+(x+4)=21 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 5x+10=21 \Leftrightarrow 5x=11.$$

Последнее равенство невозможно, так как правая часть не делится на 5. Случай 5 последовательных чисел невозможен.

5) Если написал 6 последовательных натуральных чисел, то эти числа равны равны x, $(x+1)$, $(x+2)$, $(x+3)$, $(x+4)$ и $(x+5)$. Их сумма равна

$$x+(x+1)+(x+2)+(x+3)+(x+4)+(x+5)=21 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 6x+15=21 \Leftrightarrow 6x=6 \Leftrightarrow x=1.$$

Значит, случай 6 числел возможен: $1, 2, 3, 4, 5$ и 6.

Больше 6 чисел не могло быть, так как сумма 10 последовательных чисел больше чем $1+2+3+4+5+6=21$.

5. Кролик Буся любит морковь и капусту. В день он съедает либо 9 морковок, либо 2 капусты, либо 4 морковки и 1 капусту. Но в некоторые дни он питается только травой. За 10 дней кролик Буся съел 30 морковок и 9 капуст, сколько из этих 10 дней он питался лишь травой?

Ответ: 2 дня.

Решение. Пусть кролик Буся x дней ел по 9 морковок, y дней ел по 2 капусты и z дней съедал по 4 морковки и 1 капусте, тогда

$$9x+4z=30 \quad \text{и} \quad 2y+z=9.$$

Из первого уравнения следует, что x – чётно. Причём $9x \leq 30$, то есть $x \leq 3$. Значит, $x=0$ или $x=2$.

1) Если $x=0$, то $4z=30$, что невозможно в целых числах.
2) Если $x=2$, то $18+4z=30 \Leftrightarrow z=3$.

Тогда из второго уравнения получаем

$$2y+3=9 \Leftrightarrow y=3.$$

Таким образом,

$$x+y+z=2+3+3=8.$$

Значит, кролик Буся питался травой $10-8=2$ дня.

6. Айгерим сказала: «В нашем классе N человек, из них 15 человек имеют карие глаза, у 16 – темные волосы, 17 человек весят более 40 кг и 18 ростом выше 160 см». Кайрат ответил: «Тогда я точно знаю, что как минимум четверо школьников из вашего класса имеют все четыре признака». Чему может быть равно наибольшее возможное значение N?

Ответ: 20.

Решение. Заметим, что $\boldsymbol{N=20}$ удовлетворяет условию задачи. Действительно, если учеников в классе 20, то в этом классе не более **пяти** человек, чьи глаза не карие, не более **четырёх** человек, чьи волосы не тёмные, не более **трёх** человек, которые весят не более 40 кг, и не более **двух** учеников, рост которых не больше 160 см. Значит, всего учеников этого класса, у которых нет хотя бы одного из этих признаков, не более $5+4+3+2=14$. Поэтому минимум 6 учеников этого класса обладают всеми четырьмя признаками, что соответствует условию.

Если $N \geq 21$, то возможен случай, не удовлетворяющий условию задачи. Например, пусть 21 ученик обладают одним из этих четырёх признаков как показано в таблице ниже, остальные не обладают ни одним из этих свойств.

№ ученика	**Карие глаза**	**Тёмные волосы**	**Вес более 40 кг**	**Рост выше 160 см**
1	+	+	+	+
2	+	+	+	+
3	+	+	+	+
4	+	+	+	
5	+	+	+	
6	+	+	+	
7	+	+		+
8	+	+		+
9	+	+		+
10	+	+		+
11	+		+	+
12	+		+	+
13	+		+	+
14	+		+	+
15	+		+	+
16		+	+	+
17		+	+	+
18		+	+	+
19		+	+	+
20		+	+	+
21		+	+	+

Заметим, что только ученики под номерами 1, 2, 3 удовлетворяют условию задачи.