

2 сыныпқа арналған «Математикалық бәйге»

1. Балалар лагерінде 23 бала бар. Асханадағы әр үстелге бес немесе алты баладан отыруға болады. Асхана үшін қай үстелге қанша бала отырғаны маңызды. Асханаға балаларды отырғызудың (асханадағылардың көзқарасымен) неше түрлі тәсілі бар?

Жауабы: 4

Шешуі.

23 санын 5 және 6 сандарының қосындысы түрінде $23 = 5 + 3 \cdot 6$ жазуға болады. Үш үстелге 6 баладан және бір үстелге 5 адамнан 4 үстел болады. Олай болса төрт үстелден бір үстелді таңдап алудың 4 тәсілі бар.

2. Қайрат пен Әлима бір сыныпта оқиды. Қайраттың ұл сыныптастары қыз сыныптастарына қарағанда екі есе көп. Ал Әлиманың ұл сыныптастары қыз сыныптастарына қарағанда 9-ға артық. Сыныпта қанша оқушы бар?

Жауабы: 22.

Шешуі.

Әлима қыз болғандықтан ұлдар қыздарға қарағанда 8-ге артық. Егер Қайрат және қалған ұлдардың жартысы сыныптан шығып кетсе, онда сыныпта қалған ұлдар мен қыздардың саны бірдей болады, яғни «артық» 8 ұл сыныптан шығып кеткен. Олай болса ұлдар $7 \cdot 2 + 1 = 15$, ал барлық бала саны $15 + 7 = 22$.

3. Көлшікте бірнеше балық болыпты. Бірінші күні көлшікке өзен арқылы көлшіктегі балықтың саны қанша болса, сонша балықтар жүзіп келеді, бірақ 16 балық көлшіктен жүзіп кетеді. Екінші күні тағы да осы екінші күнгі көлшіктегі балықтардың санындай балықтар жүзіп келеді, бірақ 16 балық көлшіктен жүзіп кетеді. Дәл осындай жағдай үшінші күні де, төртінші күні де қайталанады, осыдан кейін көлшікте бірде-бір балық қалмайды. Көлшікте бастапқыда қанша балық болған?

Жауабы: 15.

Шешуі.

Есепті соңынан бастап шығарамыз.

Төртінші күні 16 балық жүзіп кеткеннен кейін көлшікте бірде-бір балық қалмады, олай болса үшінші күннің соңында көлшікте 8 балық болған (төртінші күні көлшікке ондағы балықтар санындай балықтар жүзіп келгендіктен).

Үшінші күннің соңында 8 балық қалған, яғни 16 балық жүзіп кетпегенде көлшікте 24 балық болар еді. Олай болса екінші күннің соңында көлшікте 12 балық болған.

Егер де екінші күні 16 балық көлшіктен жүзіп кетпегенде көлшікте 28 балық болар еді. Олай болса бірінші күннің соңында көлшікте 14 балық болған.

Егер де бірінші күні 16 балық көлшіктен жүзіп кетпегенде көлшікте 30 балық болар еді. Олай болса бастапқыда көлшікте 15 балық болған.

4. Мұғалім 2017 санын жазылуында цифрлары қайталанбайтын (үштен кем емес) натурал сандардың қосындысы түрінде жазуға тапсырма берді. Осы жазудағы ең үлкен натурал сан қай сан болуы мүмкін?

Жауабы: 1987.

Шешуі.

2015-тен бастап және одан кем сандарды тексереміз (2016 саны қосылғыштардың санына байланысты келмейді).

$2017 = 2015 + 1 + 1$ (қайталану 1).

$2017 = 2014 + 1 + 2 = 2014 + 1 + 1 + 1$ (қайталану 1 немесе 2).

$2017 = 2013 + 1 + 3 = 2013 + 2 + 2 = 2013 + 1 + 1 + 2 = 2013 + 1 + 1 + 1 + 1$ (қайталану 1, 2 немесе 3).

2012, 2011, 2010, 2009, ..., 1990, 1989, 1988 (сандардың өздерінде қайталану).

$2017 = 1987 + 4 + 26$.

5. Сырттай еш айырмашылығы жоқ бес бірдей тиын қатарға тізілген. Олардың араларында екі жалған тиын бар және жалған тиындардың арасында бір шын тиын орналасқан. Детектор кез-келген үймеде қанша жалған тиын барын анықтай алады. Детекторды тек бір рет қана қолданып, ең болмаса бір жалған тиынды анықтауға болады ма? Қалай?

Жауабы: Иә, болады.

Шешуі.

Бір қолдану жеткілікті.

Тиындарды 1, 2, 3, 4, 5 деп нөмірлейік.

1, 2, 4 және 5- тиындарды тандап алайық. Олардың арасында жалған тиын біреуден аз емес.

А) Егер олардың арасында жалған тиын біреу болса, онда 3-тиын жалған.

Б) Егер 1, 2, 4 және 5-тиындардың арасында жалған тиын екеу болса, онда ол жалған тиындар 2 және 4 болады.

6. Ақшақар және жеті гном(Дүйсенбі, Сейсенбі, Сәрсенбі, Бейсенбі, Жұма, Сенбі, Жексенбі)үшқабатты үйде тұрады. Әр қабатта үш бөлмеден(суреттегідей). Үйдегі әр тұрғынның жеке бөлмелері бар, ал артық қалған бөлме-ортақ қонақ бөлме. Егер:

(1)Жексенбі бірінші қабатта тұрмаса;

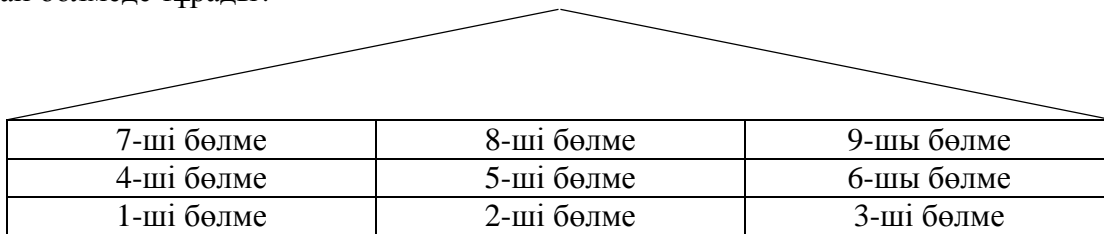
(2)Ақшақар Дүйсенбінің тура үстінде тұрса, әрі Сейсенбінің оң жақ көршісі болса;

(3)Сәрсенбі Ақшақардың оң жағындағы жоғарыдағы бөлмеде тұрса;

(4)Сенбі Ақшақардың тура үстіндегі бөлмеде тұрса;

(5)Жұма Бейсенбінің тура үстіндегі бөлмеде тұрса;

Кім қай бөлмеде тұрады?



Жауабы: Ақшақар – 5, Дүйсенбі – 2, Сейсенбі – 4, Сәрсенбі – 9, Бейсенбі – 3, Жұма – 6, Сенбі – 8 және Жексенбі – 7 (нөмірі 1- бөлме – ортақ қонақ бөлме).

Шешуі.

1) Ақшақар төменгі және жоғарғы қабаттарда тұрмайды, себебі жоғарысында Сенбі, ал астында Дүйсенбі тұратындықтан.

2) Ақшақар ең шеткі оң жақтағы және ең шеткі сол жақтағы бөлмеде тұрмайды, себебі Сәрсенбі Ақшақардың оң жағындағы жоғарыдағы бөлмеде, әрі Ақшақар Сейсенбінің оң жақ көршісі болғандықтан. Осыдан шығатыны Ақшақар ортадағы нөмірі 5-бөлмеде тұрады.

3) Бұдан: нөмірі 2-бөлмеде Дүйсенбі, нөмірі 8-бөлмеде Сенбі, нөмірі 9-бөлмеде Сәрсенбі, нөмірі 4-бөлмеде Сейсенбі тұратындығы шығады.

4)Жұма Бейсенбінің тура үстіндегі бөлмеде тұратындықтан 1, 7 және 3-бөлмелерде тұрмайды. Сондықтан Жұма 6-бөлмеде, ал Бейсенбі сәйкесінше 3-бөлмеде тұрады.

5)Екі бөлме қалды– 1 және 7. Жексенбі нөмірі 1-бөлмеде тұрмайды(бірінші қабатта тұрмағандықтан)олай болса 7-бөлме Жексенбінікі, ал нөмірі 1-бөлме– ортақ қонақ бөлме.

3 тур «Математическая байга», 2 класс

1. В детском лагере 23 человека. В столовой за каждым столом может сидеть пять или шесть детей. Столовой важно, сколько детей сидит за каким столом. Сколько существует различных (с точки зрения столовой) способов рассадки детей?

Ответ: 4

Решение.

23 можно представить в виде суммы 5 и 6 единственным образом $23 = 5+3\cdot 6$. Значит, будет 4 стола, один по пять человек и три по 6. Выбрать один стол из четырех можно ровно 4 способами.

2. Кайрат и Алима учатся в одном классе. У Кайрата одноклассников в два раза больше, чем одноклассниц. У Алимы одноклассников на 9 больше, чем одноклассниц. Сколько ребят в классе?

Ответ: 22.

Решение.

Если Кайрат и половина оставшихся мальчиков выйдут из класса, то мальчиков и девочек будет равное количество. Так как Алима девочка, то мальчиков на 8 больше, чем девочек. Значит, мальчиков, которые вышли из класса, ровно 8 (Кайрат и ещё семь мальчиков). Таким образом, всего мальчиков $7\cdot 2+1=15$. Соответственно, девочек 7. Всего ребят $15+7=22$.

3. В некоторый день в пруду было несколько рыбок. На следующий день в этот пруд через речку приплыло столько же рыбок, сколько там было, но 16 рыбок уплыло. На второй день снова приплыло столько же рыбок, сколько там уже стало, но 16 уплыло. То же самое произошло и в третий день, и в четвёртый день, и после этого в пруду рыбок не осталось. Сколько рыбок было в пруду в самом начале?

Ответ: 15 рыбок.

Решение. Будем решать задачу с конца. В четвёртый день, после того, как уплыли 16 рыбок, не осталось ни одной рыбки. Значит, в конце третьего дня было 8 рыбок (так как в течение четвёртого дня приплыло столько же рыбок, сколько уже было, правда, потом все они уплыли).

В конце третьего дня осталось 8 рыбок, значит, если бы 16 рыбок не уплыли, то в пруду было бы 24 рыбки. А это значит, что в конце второго дня в пруду было 12 рыбок.

Если бы во второй день 16 рыбок не уплыло из пруда, то в этом пруду плескалось бы 28 рыбок. Значит, в конце первого дня в пруду было 14 рыбок.

Если бы, в течение первого дня 16 рыбок не уплыло, то в пруду было бы 30 рыбок, а, значит, в самом начале в пруду было 15 рыбок.

4. Учительница дала задание представить число 2017 как сумму нескольких натуральных чисел (не менее трёх) так, чтобы в записи этих чисел все цифры были различны. Какое наибольшее натуральное число могло присутствовать в записи?

Ответ: 1987.

Решение.

Проверяем числа, начиная от 2015 и меньше (2016 не подходит из-за количества слагаемых).

$$2017 = 2015 + 1 + 1 \text{ (повтор 1)}.$$

$$2017 = 2014 + 1 + 2 = 2014 + 1 + 1 + 1 \text{ (повтор 1 или 2)}.$$

$$2017 = 2013 + 1 + 3 = 2013 + 2 + 2 = 2013 + 1 + 1 + 2 = 2013 + 1 + 1 + 1 + 1 \text{ (повтор 1, 2 или 3)}.$$

$$2012, 2011, 2010, 2009, \dots, 1990, 1989, 1988 \text{ (повтор в самих числах)}.$$

$$2017 = 1987 + 4 + 26.$$

5. Пять внешне одинаковых монет выложены в ряд. Среди них есть две фальшивые монеты, между которыми расположена ровно одна настоящая монета. Детектор позволяет определить, сколько фальшивых монет содержится в любом данном наборе.

Можно ли обнаружить хотя бы одну из фальшивых монет, используя детектор только один раз?

Ответ: Да, можно.

Решение.

Одного теста достаточно. Занумеруем вложенные монеты числами 1, 2, 3, 4 и 5.

Выберем монеты 1, 2, 4 и 5. Среди них не менее одной фальшивой монеты.

А) Если среди них ровно одна монета фальшивая, то монета 3 фальшивая.

Б) Если среди монет 1, 2, 4 и 5 ровно две монеты фальшивые, то это могут быть только монеты 2 и 4.

6. Белоснежка и семь гномов (Умник, Ворчун, Соня, Весельчак, Скромник, Чихун и Простачок) живут в трёхэтажном доме. На каждом этаже по три комнаты (смотри рисунок). Каждый из жителей этого дома занимает одну комнату, оставшаяся комната – общая гостиная. Известна следующая информация.

- (1) Простачок не живёт на первом этаже.
- (2) Белоснежка живёт прямо над Умником и непосредственно справа от Ворчуна.
- (3) Соня живёт правее и выше Белоснежки.
- (4) Чихун живёт прямо над Белоснежкой.
- (5) Скромник живёт прямо над Весельчаком.

Кто где живёт?

Комната 7	Комната 8	Комната 9
Комната 4	Комната 5	Комната 6
Комната 1	Комната 2	Комната 3

Ответ: Белоснежка – 5, Умник – 2, Ворчун – 4, Соня – 9, Весельчак – 3, Скромник – 6, Чихун – 8 и Простачок – 7 (комната номер 1 – общая гостиная).

Решение.

- 1) Белоснежка не может жить на нижнем этаже и на верхнем этаже, так как выше неё живёт Чихун, а ниже Умник. Значит, Белоснежка живёт на втором этаже.
- 2) Белоснежка не может жить в самой крайней правой и самой крайне левой комнате, такая как правее и выше её живёт Соня, а левее – Ворчун. Следовательно, Белоснежка живёт в центральной комнате – комнате номер 5.
- 3) Отсюда, в комнате номер 2 живёт Умник, в комнате номер 8 – Чихун, Соня живёт в комнате номер 9, Ворчун – в комнате номер 4.
- 4) Скромник не может жить в комнатах 1, 7 и 3, так как он живёт прямо над Весельчаком. Поэтому Скромник живёт в комнате 6, а Весельчак, соответственно, – в комнате 3.
- 5) Остались две комнаты – 1 и 7. Простачок не может жить в комнате номер 1 (он не живёт на первом этаже). Таким образом, в комнате 7 живёт Простачок, а в комнате номер 1 находится общая гостиная.